



TUGAS AKHIR -TE 141599

**KONTROL TOLERANSI KESALAHAN SENSOR DAN
AKTUATOR PADA *WINDING MACHINE*
MENGUNAKAN *DYNAMIC OUTPUT FEEDBACK
CONTROLLER* DAN *PROPORTIONAL INTEGRAL
OBSERVER***

Fandri Yunus Dedy Bactiar
NRP 2211 100 026

Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Ir. Mohammad Nuh, DEA.
Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015

--Halaman ini sengaja dikosongkan--



FINAL PROJECT -TE 141599

**SENSOR AND ACTUATOR FAULT TOLERANT
CONTROL FOR WINDING MACHINE USING DYNAMIC
OUTPUT FEEDBACK CONTROLLER AND
PROPORTIONAL INTEGRAL OBSERVER**

Fandri Yunus Dedy Bactiar
NRP 2211 100 026

Supervisors
Prof. Dr. Ir. Mohammad Nuh, DEA.
Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

ELECTRICAL ENGINEERING DEPARTMENT
Faculty of Industrial Technology
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

**KONTROL TOLERANSI KESALAHAN SENSOR DAN
AKTUATOR PADA WINDING MACHINE MENGGUNAKAN
DYNAMIC OUTPUT FEEDBACK CONTROLLER DAN
PROPORTIONAL INTEGRAL OBSERVER**

TUGAS AKHIR

**Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada
Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan
Jurusan Teknik Elektro
Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Menyetujui,

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II



Prof. Dr. Ir. Mohammad Nuh, DEA. NIP.1959 06 17 1984 03 1002 **Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T. NIP.196808121994032001**

**SURABAYA
JULI, 2015**

**KONTROL TOLERANSI KESALAHAN SENSOR DAN
AKTUATOR PADA *WINDING MACHINE* MENGGUNAKAN
DYNAMIC OUTPUT FEEDBACK CONTROLLER DAN
*PROPORTIONAL INTEGRAL OBSERVER***

Nama : Fandri Yunus Dedy Bactiar
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Ir. Mohammad Nuh, DEA.
2. Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

ABSTRAK

Winding machine umum digunakan dalam proses pembuatan, fabrikasi, dan transportasi material seperti kertas, lembaran baja, dll. Pada tugas akhir ini, *winding machine* dimodelkan dalam *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S) pada beberapa titik kerja. Skema kontrol toleransi kesalahan/*fault tolerant control* (FTC) diterapkan guna menjamin stabilitas dan performa sistem baik dalam kondisi nominal maupun terjadi kesalahan sensor atau aktuator. Arsitektur dari sistem kontrol ini berbasis estimator kesalahan sensor dan aktuator *proportional-integral observer* (PIO) beserta *dynamic output feedback controller* (DOFC) yang mampu memaksa keluaran sistem mengikuti sinyal referensi step. DOFC dan PIO dirancang dengan memenuhi performa H_∞ dan stabilitas Lyapunov. Selanjutnya, permasalahan perancangan dirumuskan dalam bentuk permasalahan *linear matrix inequality* (LMI). Hasil simulasi menunjukkan bahwa DOFC dapat memaksa keluaran sistem mengikuti sinyal referensi step yang diberikan, PIO dapat mengestimasi kesalahan sensor dan aktuator, dan performa H_∞ terpenuhi. Rancangan skema FTC secara keseluruhan dapat mengompensasi beberapa skenario kesalahan pada sensor dan aktuator.

Kata kunci: DOFC, FTC, LMI, PIO, Stabilitas Lyapunov, *Winding machine*

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

SENSOR AND ACTUATOR FAULT TOLERANT CONTROL FOR WINDING MACHINE USING DYNAMIC OUTPUT FEEDBACK CONTROLLER

Name : Fandri Yunus Dedy Bactiar
Supervisors : 1. Prof. Dr. Ir. Mohammad Nuh, DEA.
2. Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

ABSTRACT

Winding machine is common in the manufacture, fabrication, and transport of any materials such as paper, metal, etc. In this research, winding machine is represented by Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model for some operating points. Fault tolerant control (FTC) scheme is applied to ensure stability and performance of the system both in nominal condition as well as the sensor or actuator fault occurred. The architecture based on sensor and actuator proportional-integral observer (PIO) fault estimators together with dynamic output feedback controller (DOFC) which is capable to force output to track the step reference. DOFC and PIO is designed by satisfying H_∞ performance and Lyapunov's stability. Then, the design problem is formulated in terms of linear matrix inequality (LMI) problem. Simulation result show that DOFC is able to force the output to track a given step reference signal, PIO is able to estimate sensor and actuator faults, and H_∞ performance is satisfied. Furthermore, the overall designed FTC scheme is able to compensate some scenarios of sensor and actuator faults.

Keywords : DOFC, FTC, LMI, Lyapunov's stability, PIO, Winding machine

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah memberi rahmat dan karunia yang diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul “Kontrol Toleransi Kesalahan Sensor dan Aktuator pada *Winding Machine* Menggunakan *Dynamic Output Feedback Controller* dan *Proportional Integral Observer*”, sebagai salah satu syarat kelulusan S1 Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan, Jurusan Teknik Elektro, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Dalam pengerjaan tugas akhir ini penulis mendapatkan banyak bantuan dan dukungandari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini, dengan segala hormat penulis mengucapkan terimas kasih kepada:

1. Kedua Orang Tua yang tak henti-hentinya memberikan doa dan semangat kepada penulis,
2. Prof. Dr. Ir. Mohammad Nuh, DEA., selaku dosen pembimbing yang banyak memberikan nasihat dan motivasi kepada penulis untuk terus maju,
3. Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T., selaku dosen pembimbing yang dengan sabar membimbing penulis dalam pengerjaan tugas akhir,
4. Serta seluruh pihak yang memberikan dukungan kepada penulis dalam pengerjaan tugas akhir ini.

Penulis menyadari bahwa pengerjaan tugas akhir ini kemungkinan masih banyak kekurangan. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran untuk kedepannya. Semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat dalam pengembangan ilmu dan teknologi.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN TUGAS AKHIR.....	v
LEMBAR PENGESAHAN	vii
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	xi
KATA PENGANTAR.....	xiii
DAFTAR ISI.....	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xix
DAFTAR TABEL	xxiii
DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL	xxv
KONVENSI PENULISAN TUGAS AKHIR	xxvii

BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Metodologi Penelitian	3
1.6 Sistematika Laporan.....	4
1.7 Relevansi.....	4
BAB 2 TEORI PENUNJANG.....	5
2.1 Tinjauan Pustaka	5
2.2 Kesalahan (<i>Fault</i>)	6
2.2.1 Perbedaan Kesalahan dengan <i>Disturbance</i> dan Ketidakpastian Model.....	6
2.2.2 Klasifikasi Kesalahan	7
2.2.3 Pemodelan Kesalahan.....	7
2.3 <i>Fault Tolerant Control</i> (FTC)	8
2.4 <i>Winding Machine</i>	10
2.4.1 Hukum Fisika dan Asumsi-asumsi	11
2.4.2 Pemodelan Dinamika Material	12
2.4.3 Pemodelan Dinamika Roler	14
2.4.4 Pemodelan <i>Winding Machine</i>	15
2.5 Model <i>Fuzzy</i> Takagi-Sugeno	17

2.6	Analisis Stabilitas Lyapunov	21
2.7	Performa H_{∞}	23
2.8	<i>Dyanamic Output Feedback Controller</i> (DOFC)	25
2.9	<i>Proportional-Integral Observer</i>	27
2.9.1	Estimasi Kesalahan Sensor Berbasis PIO	29
2.9.2	Estimasi Kesalahan Aktuator Berbasis PIO	30
2.10	<i>Linear Matrix Inequality</i>	31
2.10.1	Schur Complement	32
2.10.2	<i>Pole Placement</i> di LMI Region	33
BAB 3	PERANCANGAN SISTEM KONTROL	35
3.1	Pemodelan <i>Fuzzy T-S Sistem Winding Machine</i>	35
3.2	Pendefinisian Kesalahan	41
3.3	Perancangan Estimator Kesalahan Berbasis PIO	42
3.3.1	Estimator Kesalahan Sensor Berbasis PIO	43
3.3.2	Estimator Kesalahan Aktuator Berbasis PIO	47
3.4	Perancangan DOFC	51
3.4.1	Pembentukan Sistem Augmentasi	51
3.4.2	Performa H_{∞}	52
3.4.3	Perumusan fungsi Lyapunov	53
3.4.4	Pembentukan LMI	53
3.4.5	Peletakan <i>Pole</i> di LMI Region	56
3.5	Hasil Perancangan	58
3.5.1	Gain PIO Kesalahan Sensor	58
3.5.2	Gain PIO Kesalahan Aktuator	59
3.5.3	Gain DOFC	60
3.6	Diagram Blok dan Diagram Simulasi pada Simulink	60
BAB 4	PENGUJIAN DAN ANALISIS	63
4.1	Pengujian Simulasi DOFC pada Kondisi Nominal	63
4.2	Pengujian Simulasi PIO	67
4.2.1	Pengujian PIO untuk Estimasi Kesalahan Sensor	67
4.2.2	Pengujian PIO untuk Estimasi Kesalahan Aktuator	70
4.3	Pengujian Simulasi FTC Menggunakan DOFC untuk Kesalahan Sensor	73
4.3.1	<i>Bias</i>	74
4.3.2	<i>Loss of Sensitivity</i>	77
4.3.3	<i>Sensor Freezing</i>	81
4.3.4	<i>Loss of Measurement</i>	84

4.4	Pengujian Simulasi FTC Menggunakan DOFC untuk Kesalahan Aktuator	87
4.4.1	<i>Bias</i>	87
4.4.2	<i>Loss of Effectiveness</i>	90
4.4.3	<i>Loss of Effectiveness</i>	92
4.5	Pengujian Simulasi FTC Menggunakan DOFC untuk Kesalahan Sensor dan Aktuator	96
BAB 5 PENUTUP.....		99
5.1	Kesimpulan	99
5.2	Saran	99
DAFTAR PUSTAKA		101
LAMPIRAN A.....		103
LAMPIRAN B.....		110
LAMPIRAN C.....		113
LAMPIRAN D.....		114
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		119

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tipe Kesalahan Aktuator	8
Tabel 2.2	Tipe Kesalahan Sensor	8
Tabel 3.1	<i>State Sistem Winding Machine</i>	36
Tabel 4.1	Karakteristik Respon y_1 untuk Beberapa Kondisi Awal	64
Tabel 4.2	Karakteristik y_2 untuk Beberapa Kondisi Awal	65
Tabel 4.3	Karakteristik Respon y_3 untuk Beberapa Kondisi Awal	66
Tabel 4.4	Karakteristik Hasil Estimasi Kesalahan Sensor	69
Tabel 4.5	Karakteristik Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator.....	71
Tabel 4.6	Karakteristik y_3 untuk Kesalahan Sensor <i>Bias</i>	76
Tabel 4.7	Karakteristik Keluaran y_3 Saat Terjadi Kesalahan Sensor <i>Loss of Sensitivity</i>	80
Tabel 4.8	Perbandingan IAE pada Kondisi Nominal dan Terjadi Kesalahan	87
Tabel 4.9	Perbandingan IAE Dengan dan Tanpa FTC Untuk Kesalahan Aktuator <i>Bias</i>	89
Tabel 4.10	Perbandingan IAE Dengan dan Tanpa FTC untuk <i>Loss of Effectiveness</i> 30% pada Aktuator	91
Tabel 4.11	Perbandingan IAE Dengan dan Tanpa FTC untuk <i>Loss of Effectiveness</i> 50% pada Aktuator	94
Tabel 4.12	Perbandingan IAE pada Kondisi Nominal dan Terjadi Kesalahan Aktuator	95
Tabel 4.13	Perbandingan IAE Kondisi Nominal Saat Terjadi Kesalahan Sensor & Aktuator	98

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Klasifikasi Kesalahan Berdasarkan Waktu Kemunculannya	7
Gambar 2.2	Struktur Umum FTC.....	9
Gambar 2.3	Strategi FTC untuk Tingkat Severitas Berbeda	9
Gambar 2.4	Pembagian Metode FDD	10
Gambar 2.5	Skema <i>Winding Machine</i>	11
Gambar 2.6	Regangan Material Antara Dua Roler.....	13
Gambar 2.7	Gaya-gaya yang Bekerja pada Roler.....	14
Gambar 2.8	Sektor Nonlinearitas Global.....	19
Gambar 2.9	Sektor Nonlinearitas Lokal	20
Gambar 2.10	Skema Kontrol <i>Robust</i>	24
Gambar 2.11	Kontrol Umpan Balik Menggunakan Estimasi <i>State</i> ...	25
Gambar 2.12	Struktur <i>Dynamic Output Feedback Controller</i> (DOFC).....	27
Gambar 2.13	Diagram Blok PIO	28
Gambar 2.14	Struktur FTC Menggunakan PIO.....	29
Gambar 2.15	Struktur <i>Proportional Integral Observer</i> (PIO).....	31
Gambar 2.16	Lokasi Pole Pada Wilayah D	33
Gambar 2.17	<i>Half Plane</i> LMI Region.....	34
Gambar 2.18	<i>Conic Sector</i> LMI Region.....	34
Gambar 3.1	Fungsi Keanggotaan untuk Aturan <i>Plant</i> , Kontroler, dan <i>Observer</i>	40
Gambar 3.2	Lokasi Kesalahan Sensor dan Aktuator pada <i>Winding</i> <i>Machine</i>	41
Gambar 3.3	Lokasi Pole Kontroler pada Bidang D	56
Gambar 3.4	Struktur FTC pada <i>Winding Machine</i>	61
Gambar 3.5	Diagram Blok <i>Fuzzy T-S</i> PIO untuk Estimasi Kesalahan Sensor.....	61
Gambar 3.6	Diagram Blok <i>Fuzzy T-S</i> PIO untuk Estimasi Kesalahan Aktuator	62
Gambar 3.7	Diagram Blok <i>Fuzzy T-S</i> DOFC.....	62
Gambar 4.1	Respon y_1 untuk Beberapa Kondisi Awal	64
Gambar 4.2	Respon y_2 untuk Beberapa Kondisi Awal	65
Gambar 4.3	Respon y_3 untuk Beberapa Kondisi Awal	66
Gambar 4.4	Sinyal Kontrol pada Kondisi Nominal.....	66
Gambar 4.5	Respon Kecepatan Linear Masing-Masing Roler	67
Gambar 4.6	Hasil Estimasi Kesalahan Sensor.....	68

Gambar 4.7	<i>Error</i> Estimasi Kesalahan Sensor.....	69
Gambar 4.8	Gangguan pada PIO Berupa <i>Error</i> Estimasi Kesalahan Aktuator.....	70
Gambar 4.9	Gain L_2 PIO untuk Estimasi Kesalahan Sensor.....	70
Gambar 4.10	Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator	72
Gambar 4.11	<i>Error</i> Estimasi Kesalahan Aktuator	72
Gambar 4.12	Gangguan Berupa <i>Error</i> Estimasi Kesalahan Sensor ...	73
Gambar 4.13	Gain L_2 Saat Diberikan Gangguan	73
Gambar 4.14	Hasil Estimasi Kesalahan Sensor (<i>Bias</i>).....	74
Gambar 4.15	Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC (<i>Bias</i>)	75
Gambar 4.16	Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC (<i>Bias</i>)	75
Gambar 4.17	Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC (<i>Bias</i>)	76
Gambar 4.18	Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual dengan Penerapan FTC Saat Terjadi Kesalahan <i>Bias</i>	77
Gambar 4.19	Sinyal Kontrol untuk Kompensasi Kesalahan <i>Bias</i>	77
Gambar 4.20	Estimasi Kesalahan Sensor Pada Kasus <i>Loss of Sensitivity</i>	78
Gambar 4.21	Respon y_1 Saat Terjadi Kesalahan Sensor <i>Loss of Sensitivity</i>	78
Gambar 4.22	Respon y_2 Saat Terjadi Kesalahan Sensor <i>Loss of Sensitivity</i>	79
Gambar 4.23	Respon y_3 dengan Kesalahan Sensor <i>Loss of Sensitivity</i>	80
Gambar 4.24	Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual Saat Terjadi Kesalahan Sensor <i>Loss of Sensitivity</i>	80
Gambar 4.25	Sinyal Kontrol untuk Kompensasi Kesalahan Sensor <i>Loss of Sensitivity</i> pada Detik ke-50	81
Gambar 4.26	Hasil Estimasi Kesalahan Sensor <i>Freezing</i>	82
Gambar 4.27	Respon y_1 dan y_2 Menggunakan FTC saat Terjadi Kesalahan Sensor <i>Freezing</i>	82
Gambar 4.28	Respon y_3 Menggunakan FTC Saat Terjadi Kesalahan Sensor <i>Freezing</i>	83
Gambar 4.29	Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual untuk Kesalahan Sensor <i>Freezing</i>	83
Gambar 4.30	Sinyal Kontrol untuk Kompensasi Kesalahan Sensor <i>Freezing</i> pada Detik Ke-50	84
Gambar 4.31	Estimasi Kesalahan Sensor <i>Loss of Measurement</i>	85
Gambar 4.32	Respon y_1 dan y_2 yang Telah Terkompensasi dari Kesalahan <i>Loss of Measurement</i>	85

Gambar 4.33	Respon y_3 yang Terkompensasi dari Kesalahan.....	86
Gambar 4.34	Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual Saat <i>Loss of Measurement</i>	86
Gambar 4.35	Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator <i>Bias</i>	88
Gambar 4.36	Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Bias</i>	88
Gambar 4.37	Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Bias</i>	89
Gambar 4.38	Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Bias</i>	89
Gambar 4.39	Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 30%	90
Gambar 4.40	Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 30%.....	90
Gambar 4.41	Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 30%.....	91
Gambar 4.42	Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 30%.....	92
Gambar 4.43	Sinyal Kontrol Hasil Kompensasi Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 30%.....	92
Gambar 4.44	Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 50%	93
Gambar 4.45	Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 50%.....	93
Gambar 4.46	Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 50%.....	94
Gambar 4.47	Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator <i>Loss of Effectiveness</i> 50%.....	94
Gambar 4.48	Sinyal Kontrol pada Saat Terjadi <i>Loss of Effectiveness</i> Aktuator pada Detik ke-50.....	95
Gambar 4.49	Hasil Estimasi Kesalahan Sensor.....	96
Gambar 4.50	Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator	96
Gambar 4.51	Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Simultan.....	97
Gambar 4.52	Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Simultan.....	97
Gambar 4.53	Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Simultan.....	98

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL

\mathbf{x}	Vektor <i>state</i> x
x_n	<i>State</i> ke- n
\dot{x}_n	Turunan pertama <i>state</i> ke- n
\mathbf{f}_a	Vektor kesalahan aktuator
\mathbf{f}_s	Vektor kesalahan aktuator
\mathbf{A}	Matriks
\mathbf{I}	Matriks identitas
\mathbf{A}^T	Transpos matriks \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	Invers matriks \mathbf{A}
$\mathbf{A} > 0$	Matriks \mathbf{A} definit positif
$\mathbf{A} < 0$	Matriks \mathbf{A} definit negatif
$diag(f_1, \dots, f_n)$	Matriks diagonal dengan f_n merupakan elemen diagonal ke- n
\in	Anggota himpunan
\notin	Bukan anggota himpunan
j	Bilangan imajiner
γ	Level pelemahan
∞	<i>Infinity</i>
$\ \cdot\ _\infty$	∞ -norm
$\ \cdot\ _2$	L_2 -norm
\sup	Supremum
$\sum (.)$	Penjumlahan nilai deret
$\prod (.)$	Perkalian nilai deret
$\frac{d}{dt}$	Turunan pertama terhadap t
$\int dt$	Integral terhadap t
$\int_{t_1}^{t_2} dt$	Integral tertutup terhadap t dari t_1 sampai dengan t_2

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai pendahuluan dari pelaksanaan Tugas Akhir, yang mana meliputi latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan, metodologi, sistematika laporan, dan relevansi.

1.1 Latar Belakang

Winding machine merupakan suatu *plant* yang biasa digunakan di dunia industri dalam sistem transportasi material lembaran. Dalam *plant* ini menjaga tegangan material mutlak diperlukan untuk mendapatkan kualitas dan kuantitas produk yang tinggi. Apabila tegangan terlalu kecil maka akan mengakibatkan munculnya kerutan material, sedangkan jika tegangan terlalu besar maka material akan mengalami pemanjangan berlebihan, perubahan bentuk, bahkan robek. Fluktuasi tegangan yang berlebihan menyebabkan material kusut. Kecepatan yang rendah menyebabkan produktifitas menurun, sedangkan kecepatan yang terlalu tinggi menyebabkan tegangan yang tidak stabil. Oleh karena itu, sistem *winding machine* yang baik seharusnya dapat mengatasi permasalahan tersebut [1].

Kesalahan kerap terjadi pada sensor, aktuator, maupun dalam sistemnya sendiri. Sistem kontrol konvensional tidak akan mampu mengatasi permasalahan tersebut. Maka dari itu diperlukan sistem kontrol yang mampu mengatasi permasalahan ini. Tipe dari sistem kontrol yang memiliki kemampuan dalam mengakomodasi kesalahan komponen (sensor, aktuator) secara otomatis disebut *fault tolerant control* (FTC). Sistem kontrol ini mampu memberikan stabilitas dan performa yang diinginkan walaupun saat terjadi kesalahan pada komponen sistem [2]. Secara umum terdapat dua macam metode dalam pendekatan FTC, yaitu *passive fault tolerant control schemes* (PFTCs) dan *active fault tolerant control schemes* (AFTCs). Pada metode PFTCs, parameter kontroler dibuat tetap dan didesain menggunakan kontrol *robust* untuk memastikan sistem kontrol tetap mampu mengatasi kesalahan dari komponen sistem. Pada metode ini, tidak diperlukan informasi kesalahan secara *on-line* maupun konfigurasi ulang kontroler, tapi memiliki batas kesalahan yang dapat ditangani. Di sisi lain, metode AFTCs, parameter dari kontroler dikonfigurasi ulang sesuai dengan informasi kesalahan yang didapatkan secara *on-line* guna meningkatkan stabilitas dan performa dari keseluruhan sistem [3].

Pada [4] telah dibuat suatu FTC yang diterapkan pada *winding machine*. Model *plant* didapatkan menggunakan identifikasi dari *plant* real. Kontroler dirancang menggunakan metode *linear quadratic* (LQ). Sedangkan estimasi kesalahan menggunakan *observer* yang dirumuskan dalam bentuk *extended state observer* (ESO) dan untuk menghitung parameternya menggunakan *singular value decomposition* (SVD). Namun, FTC yang dirancang disini hanya mampu mengakomodasi kesalahan pada sensor atau aktuator saja.

Oleh karena itu, pada Tugas Akhir ini akan dilakukan perancangan sistem kontrol toleransi kesalahan sensor dan aktuator yang diterapkan pada *winding machine*. Kontrol nominal dirancang dalam bentuk *dynamic output feedback controller* (DOFC). Sementara itu, untuk melakukan estimasi kesalahan sensor dan aktuator adalah dengan menggunakan *proportional-integral observer* (PIO). Hasil estimasi digunakan untuk melakukan kompensasi sinyal kontrol nominal ketika terjadi kesalahan. DOFC dan PIO akan dirancang menggunakan konsep stabilitas Lyapunov yang diselesaikan dengan perhitungan *linear matrix inequality* (LMI). Sedangkan untuk mengatasi perilaku nonlinear sistem maka dilakukan pemodelan sistem dalam bentuk *fuzzy* Takagi-Sugeno.

1.2 Perumusan Masalah

Winding machine memerlukan pengendalian tegangan dan kecepatan permukaan material guna mendapatkan produk dengan kualitas dan kuantitas yang tinggi. Namun, dalam proses operasinya terkadang terjadi kesalahan pada sensor maupun aktuator. Dalam kondisi demikian performa sistem akan mengalami penurunan atau bahkan tidak stabil. Kontroler konvensional kurang efektif untuk mengatasi permasalahan ini. Oleh karena itu, diperlukan suatu kontroler yang mampu memberikan performa yang diinginkan dan menjamin kestabilan sistem baik dalam kondisi normal maupun ketika terjadi kesalahan pada sensor ataupun aktuator sistem.

1.3 Batasan Masalah

Pada Tugas Akhir ini akan dilakukan perancangan suatu sistem kontrol toleransi kesalahan untuk mengatasi permasalahan yang telah diuraikan di atas. Dalam pengerjaannya akan diberikan beberapa batasan masalah yaitu:

- a. Parameter ketebalan material pada *winding machine* dibuat sangat tipis sehingga sistem dapat dimodelkan dalam *Linear-time Invariant* (LTI),

- b. Besarnya kesalahan yang diberikan bernilai *bounded*.
- c. Diasumsikan tingkat kesalahan yang terjadi belum menyebabkan kegagalan fungsi sistem.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah merancang skema toleransi kesalahan aktuator dan sensor menggunakan *dynamic output feedback controller* (DOFC) dan *proportional-integral observer* (PIO) yang diterapkan pada *winding machine*. Sistem lup tertutup diharapkan mampu menghasilkan keluaran sesuai referensi yang diberikan serta mempunyai stabilitas dan performa yang kokoh meskipun terjadi kesalahan.

1.5 Metodologi Penelitian

Metodologi yang dilakukan pada Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Studi literatur
Pada tahap ini hal-hal yang dipelajari adalah:
 - a. Pemodelan fisik sistem *winding machine*
 - b. Konsep dasar FTC
 - c. Konsep stabilitas Lyapunov
 - d. Konsep performa *robust* H_∞
 - e. *Dynamic output feedback controller* (DOFC)
 - f. *Proportional-integral observer* (PIO)
 - g. LMI
2. Pemodelan sistem
Pada tahap ini akan dibuat persamaan *state* yang merepresentasikan sistem *winding machine*. Setelah itu akan dibentuk model *fuzzy* T-S untuk memenuhi perilaku nonlinearitas sistem.
3. Perancangan kontroler nominal
Pada tahap ini akan dirancang kontroler nominal berupa DOFC dengan perhitungan gainnya menggunakan LMI
4. Perancangan *observer*
Pada tahap ini akan dirancang PIO yang dapat mengestimasi kesalahan sensor maupun aktuator
5. Perancangan FTC
Pada tahap ini akan dirancang FTC dengan menggabungkan hasil perancangan DOFC dan PIO yang dapat mengompensasi kesalahan sensor dan aktuator.
6. Simulasi

Hasil perancangan FTC akan disimulasikan, diambil datanya, dan dianalisis.

7. Penulisan buku Tugas Akhir

Penulisan buku merupakan bagian terakhir dari pengerjaan Tugas Akhir. Penulisan buku ini berupa laporan ilmiah yang mencakup semua proses pengerjaan Tugas Akhir, mulai dari pendahuluan, teori penunjang, perancangan sistem, hasil simulasi dan implementasi, hingga penutup yang berisi kesimpulan dan saran yang diperoleh dari penelitian.

1.6 Sistematika Laporan

Pembahasan Tugas Akhir ini akan dibagi menjadi lima Bab dengan sistematika sebagai berikut:

Bab I : Pendahuluan

Bab ini meliputi latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metodologi penelitian, sistematika laporan, dan relevansi.

Bab II : Teori Penunjang

Bab ini menjelaskan tentang tinjauan pustaka, konsep dasar dari konsep dasar FTC, sistem *winding machine*, model *fuzzy* T-S, analisis stabilitas Lyapunov, performa H_{∞} , konsep DOFC, konsep PIO, dan LMI.

Bab III : Perancangan Sistem Kontrol

Bab ini membahas desain dan perancangan algoritma kontrol untuk metode FTC berdasarkan teori penunjang pada Bab II.

Bab IV : Pengujian dan Analisis

Bab ini memuat hasil simulasi serta analisis dari hasil tersebut.

Bab V : Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil pengujian yang telah diperoleh.

1.7 Relevansi

Hasil yang diperoleh dari Tugas Akhir ini diharapkan dapat mengawali penelitian mengenai metode *Fault Tolerant Control* (FTC) di Jurusan Teknik Elektro ITS, dimana untuk saat ini masih belum banyak disinggung.

BAB 2

TEORI PENUNJANG

Pada bab ini akan ditinjau beberapa pustaka terkait penelitian terdahulu mengenai kontrol toleransi kesalahan. Selain itu juga akan dijabarkan mengenai teori-teori dasar yang digunakan dalam proses perancangan sistem kontrol. Pemodelan matematika dari sistem *winding machine* juga akan diberikan pada bab ini.

2.1 Tinjauan Pustaka

Ketertarikan penelitian mengenai perancangan FTC pada dua dekade ini terus meningkat. Hal ini terbukti dengan terbitnya beberapa publikasi untuk aplikasi dan metode pendekatan yang berbeda-beda seperti pada [2], [4], dan [5]. Hasil simulasi ataupun implementasi dari penelitian ini menunjukkan bahwa dengan penerapan FTC dapat menjaga performa sistem walaupun saat kesalahan terjadi. Sementara itu, sistem kontrol konvensional (tanpa FTC) tidak mampu menjaga performa atau bahkan stabilitas dari sistem saat kesalahan terjadi.

Dalam perancangan suatu FTC memerlukan kontroler nominal yang mampu menjamin stabilitas sistem dan memberikan performa yang diharapkan pada kondisi nominal. Walaupun juga tidak menutup kemungkinan kontrol nominal dapat dirancang untuk dapat melemahkan pengaruh terburuk akibat terjadinya kesalahan (contoh: kontrol *robust*). Pada [6], FTC dirancang menggunakan *dynamic output feedback controller* (DOFC) sebagai kontroler nominalnya. DOFC memiliki keunggulan, yaitu menggunakan output sistem sebagai umpan balik sehingga tetap dapat diterapkan meskipun tidak semua *state* sistem terukur. Selain itu DOFC dapat dengan mudah dikompensasi untuk mengatasi kesalahan pada sensor maupun aktuator. Pada Tugas Akhir ini DOFC dirancang agar dapat menjamin stabilitas keseluruhan sistem dan dapat memaksa keluaran sistem mengikuti sinyal referensi.

FTC memiliki metode untuk mendeteksi dan mengidentifikasi kesalahan yang terjadi pada sistem. Terdapat beberapa metode untuk melakukan tugas ini, salah satunya adalah menggunakan *observer* yang mampu mengestimasi *state* sistem sekaligus kesalahan yang terjadi. Pada [6], diperkenalkan *proportional-integral observer* (PIO), sebuah struktur *observer* yang mampu mengestimasi *state* sistem dan kesalahan sensor atau aktuator secara simultan. PIO yang digunakan berjumlah dua yang masing-masing digunakan untuk estimasi kesalahan sensor dan kesalahan

aktuator. PIO kesalahan sensor dirancang menggunakan performa H_∞ sehingga dapat melemahkan pengaruh terburuk dari *error* estimasi kesalahan aktuator. Begitu pula sebaliknya untuk PIO kesalahan aktuator, harus mampu melemahkan pengaruh terburuk akibat *error* estimasi kesalahan sensor.

2.2 Kesalahan (*Fault*) [2]

Kesalahan pada sebuah sistem dapat didefinisikan sebagai suatu deviasi dari struktur sistem atau parameter sistem dari kondisi nominalnya. Contoh dari perubahan struktur sistem adalah aktuator yang macet, berkurangnya akurasi sensor, atau terputusnya suatu komponen sistem. Pada kondisi ini interaksi antara kumpulan komponen pada sistem dengan kontroler berubah karena adanya kesalahan. Sedangkan pada kasus berubahnya parameter sistem sebagai contoh adalah kerusakan pada sistem. Oleh karena semua bentuk kesalahan hasil dari deviasi input/output sistem dari kondisi nominalnya, maka performa sistem lup tertutup akan mengalami degradasi atau bahkan hilangnya fungsi dari sistem (kegagalan).

2.2.1 Perbedaan Kesalahan dengan *Disturbance* dan Ketidakpastian Model

Sama halnya dengan kesalahan, *disturbance* dan ketidakpastian model dapat mengubah perilaku dari sistem. Dalam pemodelan sistem, kesalahan direpresentasikan sebagai sinyal eksternal atau deviasi parameter. *Disturbance* biasanya direpresentasikan sebagai sinyal masukan yang tidak diketahui yang ditambahkan pada output sistem. Sementara ketidakpastian model direpresentasikan seperti kesalahan yang menyebabkan deviasi parameter sistem.

Pengetahuan akan perbedaan ketiga kasus ini diperlukan guna merancang FTC. Kesalahan merupakan elemen yang harus dideteksi dan efeknya harus dihilangkan menggunakan FTC. Sedangkan *disturbance* dan ketidakpastian model adalah gangguan yang keberadaannya diketahui tapi efeknya dihilangkan menggunakan filter atau kontrol *robust*. Teori kontrol telah menunjukkan bahwa kontroler dapat didesain sedemikian rupa sehingga mampu melemahkan efek *disturbance* hingga mencapai nilai tertentu. Kesalahan memiliki tingkat pengaruh yang lebih kuat dan efeknya tidak akan dapat dihilangkan menggunakan kontroler yang tetap. Oleh karena itu, perancangan FTC bertujuan untuk mengubah kontroler sehingga dapat menghilangkan efek kesalahan atau melemahkannya hingga ke nilai tertentu.

2.2.2 Klasifikasi Kesalahan

Kesalahan dapat muncul pada sistem dalam tiga bentuk: sebagai kesalahan aktuator, kesalahan sensor, atau kesalahan pada sistem. Kesalahan sendiri memiliki dua macam dampak pada sistem, multiplikatif dan aditif. Pada kesalahan multiplikatif, sinyal yang salah merupakan perkalian antara sinyal awal dikalikan dengan besarnya kesalahan yang terjadi. Sedangkan untuk kesalahan aditif, sinyal yang salah merupakan penjumlahan antara sinyal awal dengan besarnya kesalahan yang terjadi [2]. Jika ditinjau dari segi karakteristik waktunya (lihat Gambar 2.1), kesalahan diklasifikasikan menjadi kesalahan *abrupt* (berupa sinyal step), *incipient* (berupa sinyal ramp), dan *intermittent* (berupa sinyal pulsa) [7].



Gambar 2.1 Klasifikasi Kesalahan Berdasarkan Waktu Kemunculannya

2.2.3 Pemodelan Kesalahan [8]

Pengaruh kesalahan pada model matematika sistem dapat berupa penjumlahan atau perkalian sinyal kesalahan. Suatu sistem yang mengalami kesalahan pada sensor dan aktuator dimodelkan sebagai (2.1)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_f(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_f(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

dengan $\mathbf{x}(t)$ adalah *state* sistem, sementara $\mathbf{x}_f(t)$ dan $\mathbf{u}_f(t)$ adalah *state* dan sinyal kontrol yang mengalami kesalahan yang didefinisikan sebagai (2.2) dan (2.3)

$$\mathbf{u}_f(t) = \alpha \mathbf{u}(t) + \mathbf{k}_a(t) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{x}_f(t) = \beta \mathbf{x}(t) + \mathbf{k}_s(t) \quad (2.3)$$

dengan $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_p)$ dan $\beta = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_j, \dots, \beta_q)$. Sementara itu $\mathbf{k}_a(t)$ dan $\mathbf{k}_s(t)$ adalah kesalahan aditif pada aktuator dan sensor. Nilai dari α_i , β_j , $\mathbf{k}_a(t)$, dan $\mathbf{k}_s(t)$ akan menentukan tipe kesalahan yang terjadi sesuai dengan Tabel 2.1 dan Tabel 2.2. Dengan mensubstitusikan (2.2) dan (2.3) ke (2.1) maka dengan mudah akan didapatkan (2.4).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}((\alpha - 1)\mathbf{u}(t) + \mathbf{k}_a(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{C}((\beta - 1)\mathbf{x}(t) + \mathbf{k}_s(t)) \end{cases} \quad (2.4)$$

Guna menyederhanakan (2.4), didefinisikan

$$\mathbf{f}_a(t) = (\alpha - 1)\mathbf{u}(t) + \mathbf{k}_a(t)$$

$$\mathbf{f}_s(t) = (\beta - 1)\mathbf{x}(t) + \mathbf{k}_s(t)$$

sehingga akan didapatkan (2.5)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}_a(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}\mathbf{f}_s(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

dengan $\mathbf{E}=\mathbf{B}$ dan $\mathbf{F}=\mathbf{C}$. Jika kesalahan terjadi pada aktuator ke- i , maka \mathbf{E} adalah kolom ke- i dari \mathbf{B} dan $\mathbf{f}_a(t)$ merupakan besarnya kesalahan yang terjadi. Kondisi serupa juga berlaku pada kesalahan sensor. Apabila terjadi kesalahan pada sensor ke- j maka \mathbf{F} adalah kolom ke- j dari \mathbf{C} dan $\mathbf{f}_s(t)$ adalah besarnya kesalahan yang terjadi.

Tabel 2.1 Tipe Kesalahan Aktuator

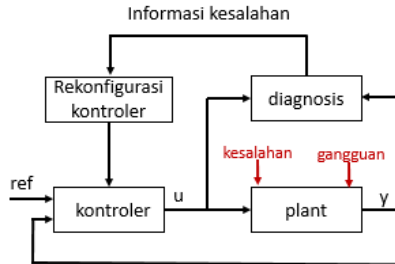
	$\mathbf{k}_a(t) = 0$	$\mathbf{k}_a(t) \neq 0$
$\alpha_i = 1$	<i>Free fault</i>	<i>Bias</i>
$0 < \alpha_i < 1$	<i>Loss of effectiveness</i>	<i>Loss of effectiveness</i>
$\alpha_i = 0$	<i>Out of order</i>	<i>Actuator lock</i>

Tabel 2.2 Tipe Kesalahan Sensor

	$\mathbf{k}_s(t) = 0$	$\mathbf{k}_s(t) \neq 0$
$\beta_j = 1$	<i>Free fault</i>	<i>Bias</i>
$0 < \beta_j < 1$	<i>Loss of sensitivity</i>	<i>Loss of sensitivity</i>
$\beta_j = 0$	<i>Loss of measurement</i>	<i>Sensor freezing</i>

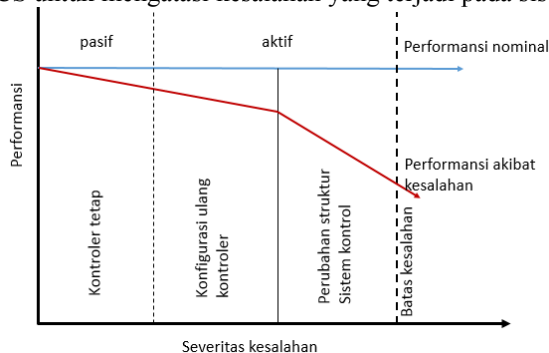
2.3 Fault Tolerant Control (FTC) [8]

Fault tolerant control (FTC) merupakan suatu skema kontrol umpan balik yang memungkinkan untuk menjamin stabilitas dan performa sistem baik dalam kondisi normal maupun terjadi kesalahan pada sistem. Secara umum skema FTC adalah dengan menambahkan suatu kontrol umpan balik nominal dengan suatu blok yang digunakan untuk mendeteksi kesalahan. Gambar 2.2 menunjukkan struktur dari sebuah FTC.



Gambar 2.2 Struktur Umum FTC

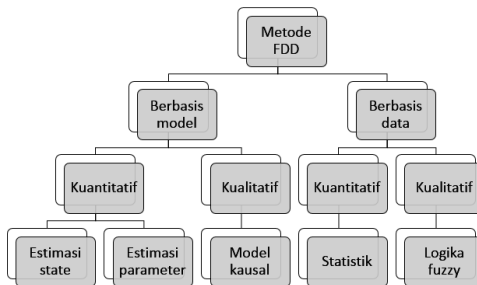
Secara umum FTC dibedakan menjadi dua tipe: *passive fault-tolerant control scheme* (PFTCS) dan *active fault-tolerant control scheme* (AFTCS). Pada PFTCS, rancangan kontroler dibuat tetap dan *robust* terhadap kesalahan terbatas yang terjadi. Skema ini tidak memerlukan metode deteksi kesalahan maupun konfigurasi ulang kontroler. Sedangkan pada AFTCS sistem kontrol bereaksi secara aktif terhadap kesalahan yang terjadi. AFTCS memerlukan suatu metode deteksi kesalahan dan akan melakukan konfigurasi ulang kontroler sehingga memungkinkan sistem kontrol umpan balik tetap terjaga stabilitas dan performanya meskipun kesalahan terjadi pada sistem. Penerapan kedua tipe FTC ini biasanya tergantung tingkat keparahan kesalahan yang terjadi sesuai dengan Gambar 2.3. Pada Tugas Akhir ini sendiri lebih mengarah pada AFTCS untuk mengatasi kesalahan yang terjadi pada sistem.



Gambar 2.3 Strategi FTC untuk Tingkat Severitas Berbeda

Dalam FTC, lokasi dan besarnya kesalahan harus ditemukan. Untuk mendeteksi dan mengidentifikasi kemunculan kesalahan pada sistem digunakan blok *fault detection and diagnosis* (FDD). FDD dibagi menjadi dua metode seperti pada Gambar 2.4. Proses FDD sendiri memiliki beberapa tahapan yaitu:

- *Fault detection*: memutuskan apakah kesalahan terjadi atau tidak.
- *Fault isolation*: menemukan lokasi terjadinya kesalahan.
- *Fault identification and fault estimation*: menentukan jenis kesalahan dan tingkat keparahannya.

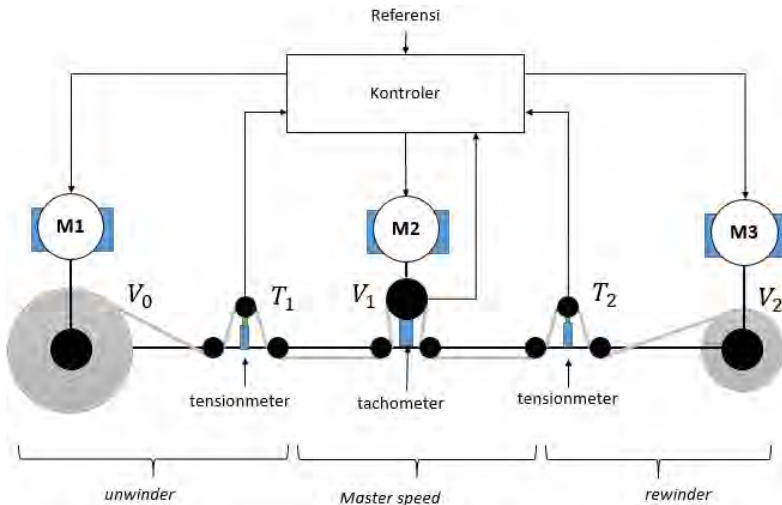


Gambar 2.4 Pembagian Metode FDD

2.4 Winding Machine [9]

Winding machine merupakan suatu sistem yang biasa digunakan di dunia industri dalam sistem transportasi material lembaran. Dalam sistem ini menjaga tegangan material mutlak diperlukan untuk mendapatkan kualitas dan kuantitas produk yang tinggi. Sistem ini bersifat MIMO (*multiple input multiple output*) dan memiliki parameter yang berubah selama operasi. Parameter berubah dikarenakan perubahan jari-jari dari *winder* selama proses *unwinding* dan *rewinding* berjalan. Pada Gambar 2.5 berikut adalah ilustrasi dari sistem kontrol pada *winding machine*.

Winding machine yang digunakan pada tuhas akhir ini memiliki tiga *roller* yang masing-masing digerakkan oleh motor DC (M1, M2, dan M3). Motor M1 dihubungkan pada *roller unwinder* dan motor M3 pada *roller rewinder*, dan motor M2 pada *roller master speed*. Kecepatan sudut pada motor M2 (Ω_2) dan tegangan material di antara dua *roller* (T_1, T_2) diukur menggunakan *tachometer* dan *tensionmeter*.



Gambar 2.5 Skema *Winding Machine*

2.4.1 Hukum Fisika dan Asumsi-asumsi

Dalam pemodelan dinamika suatu sistem, diperlukan beberapa pendekatan menggunakan hukum fisika serta memberikan beberapa asumsi untuk memudahkan pemodelan. Pada *winding system* sendiri, terdapat beberapa hukum fisika yang digunakan sebagai dasar dalam pemodelannya, yaitu:

- Hukum gerak Newton yang digunakan untuk meninjau sistem berdasarkan gaya-gaya yang bekerja padanya.
- Hukum Hooke yang digunakan untuk memodelkan tegangan material.
- Hukum Kekekalan Massa yang digunakan untuk memodelkan keterkaitan kecepatan material dengan tegangan material

Guna memudahkan prosedur pemodelan, diberikan asumsi-asumsi berikut:

- Tidak ada kemungkinan slip pada material.
- Material yang digunakan adalah elastis, yang artinya nilai regangan dan tegangan dari material adalah proporsional linear pada setiap bagian.
- Material bersifat homogen, dan setiap parameter fisik pada material seperti modulus Young, kepadatan material bernilai konstan.

- Dinamika *roller* yang terdapat sensor tegangan diabaikan, yang artinya momen inersia pada setiap *roller* sejenis sama dengan nol.
- Rasio gear antara motor dengan *roller* adalah 1:1.
- Gaya gesek pada bearing bernilai konstan walaupun saat kondisi bergerak.
- Material yang digunakan memiliki ketebalan yang sangat tipis, sehingga perubahan jari-jari pada *roller* sangat pelan.

2.4.2 Pemodelan Dinamika Material

Sebidang material yang direntangkan akan mengalami regangan sesuai dengan (2.6)

$$\varepsilon = \frac{L_s - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$L_s = L_0 (1 + \varepsilon) \quad (2.6)$$

dengan L_0 adalah panjang material sebelum menerima tegangan, L_s adalah panjang material setelah menerima tegangan, dan ε adalah regangan.

Berdasarkan hukum kekekalan massa, massa dari material bernilai konstan sebelum menerima maupun setelah menerima tegangan. Hubungan ini dapat dirumuskan sebagai (2.7)

$$m_0 = m_s$$

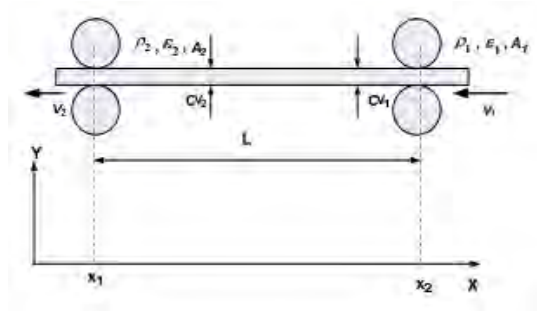
$$\rho_0 L_0 A_0 = \rho_s L_s A_s$$

$$\rho_0 A_0 = \rho_s A_s (1 + \varepsilon)$$

$$\frac{\rho_s A_s}{\rho_0 A_0} = \frac{1}{1 + \varepsilon} \quad (2.7)$$

dengan ρ dan A melambangkan kepadatan dan luas penampang dalam suatu rentang material, m_0 dan m_s melambangkan massa material sebelum dan sesudah diberi tegangan.

Dengan mengaplikasikan hukum kekekalan massa pada material yang direntang dari *roller* x_1 sampai dengan x_2 seperti pada Gambar 2.6, dapat diketahui bahwa massa material yang ada pada rentangan ini adalah sama dengan massa material yang masuk pada rentangan dikurangi dengan massa material yang keluar dari rentangan, sehingga dengan mudah dapat dirumuskan sebagai (2.8).



Gambar 2.6 Regangan Material Antara Dua *Roller* [9]

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[\int_{x_2}^{x_1} \rho(x, t) A(x, t) dx \right] \\ &= \rho_2(t) A_2(t) v_2(t) - \rho_1(t) A_1(t) v_1(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Diberikan asumsi bahwa tegangan yang diberikan terdistribusi secara merata pada seluruh bagian material, maka regangan pada setiap bagian rentangan dapat diekspresikan sebagai $\varepsilon_1(x, t) = \varepsilon_1(t)$, sehingga $\rho(x, t) = \rho_1(t)$ dan $A(x, t) = A_1(t)$. Dengan mengintegrasikan (2.8), didapatkan

$$m = \int_{x_2}^{x_1} \rho(x, t) A(x, t) dx = L \rho_1(t) A_1(t) \quad (2.9)$$

Dengan mensubstitusikan (2.7), (2.9) ke (2.8) didapatkan Persamaan diferensial rentangan material (2.10)

$$L \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{1 + \varepsilon_1(t)} \right] = \frac{v_2(t)}{1 + \varepsilon_2(t)} - \frac{v_1(t)}{1 + \varepsilon_1(t)} \quad (2.10)$$

dengan L adalah panjang rentang material antara dua *roller* yang terhubung. Untuk nilai ε yang kecil, dapat dibuat pendekatan (2.11)

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \cong 1 - \varepsilon \quad (2.11)$$

Substitusikan (2.10) ke (2.11), maka akan didapatkan (2.12)

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{L} [\varepsilon_2(t)v_2(t) - \varepsilon_1(t)v_1(t) + v_1(t) - v_2(t)] \quad (2.12)$$

Berdasarkan prinsip hukum Hooke, hubungan antara tegangan dan regangan dari suatu material yang direntang dapat didekati sebagai (2.13)

$$T = AE\varepsilon \quad (2.13)$$

dengan T adalah tegangan, A adalah luas penampang material, ε adalah regangan, dan E adalah modulus Young dari material. Substitusikan (2.13) ke (2.12) maka akan didapatkan persamaan diferensial akhir dari material yang direntang dari x_1 sampai dengan x_2 sebagai (2.14).

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{L} [-v_1T_1 + v_2T_2 + AE(v_1 - v_2)] \quad (2.14)$$

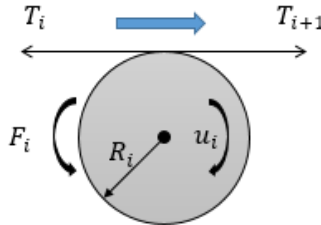
Atau dalam bentuk umum dirumuskan sebagai (2.15)

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{1}{L} [-v_iT_i + v_{i+1}T_{i+1} + AE(v_i - v_{i+1})] \quad (2.15)$$

dengan T_i dan v_i adalah tegangan dan kecepatan material dari *roller* asal, sementara T_{i+1} dan v_{i+1} adalah tegangan dan kecepatan material pada *roller* tujuan.

2.4.3 Pemodelan Dinamika *Roller*

Sebuah *roller* pada suatu *winding machine* digerakkan oleh torsi motor eksternal (u_i) dan tegangan dari material (T_i dan T_{i+1}). Selain itu juga mengalami gaya gesek eksternal (F_i) sesuai dengan Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Gaya-gaya yang Bekerja pada *Roller*

Dengan menggunakan prinsip hukum Newton, kesetimbangan torsi pada *roller* didefinisikan sebagai (2.16)

$$\frac{d}{dt}(J_i \omega_i) = u_i - \beta_{fi} \omega_i + R_i (T_{i+1} - T_i) \quad (2.16)$$

dengan J_i , ω_i , dan R_i adalah momen inersia, kecepatan sudut, dan jari-jari *roller*, u_i adalah masukan torsi yang diberikan, serta $F_i = \beta_{fi} \omega_i$ adalah gaya gesek dengan β_{fi} adalah koefisien gaya gesek.

2.4.4 Pemodelan Winding Machine

Pada bagian ini, akan dibahas tentang pemodelan *winding machine* secara keseluruhan. *Winding machine* memiliki beberapa bagian yang masing-masing akan dimodelkan menggunakan persamaan-persamaan yang telah dijelaskan pada subbab sebelumnya.

2.4.4.1 Unwinder

Dinamika dari tegangan material T_1 pada bagian role *unwinder*, sesuai dengan (2.15), adalah sama dengan (2.17)

$$\dot{T}_1 = \frac{1}{L_1} [v_1 T_1 - v_0 T_0 + AE(v_1 - v_0)] \quad (2.17)$$

dengan L_1 adalah panjang rentangan material diantara *roller unwinder* dan *roller master speed*, tegangan material T_0 merepresentasikan tegangan material pada gulungan *roller unwinder*, serta v_1 dan v_0 adalah kecepatan permukaan *roller unwinder* dan *master speed*.

Selain tegangan material, pada bagian *unwinder* juga perlu diperhitungkan dinamika kecepatannya. Sesuai dengan (2.16), dinamika kecepatan *roller unwinder* dapat dirumuskan dalam (2.18)

$$\frac{d}{dt}(J_0 \omega_0) = -u_0 - \beta_{f0} \omega_0 + T_1 R_0 \quad (2.18)$$

dengan J_0 dan R_0 merepresentasikan inersia dan jari-jari *roller unwinder*, β_{f0} adalah koefisien gaya gesek pada poros *roller*, serta ω_0 adalah kecepatan sudut *roller*. Oleh karena pada bagian ini terjadi proses *unwinding*, jari-jari dan momen inersia akan berubah sehingga (2.18) dapat diubah menjadi

$$\dot{J}_0 \omega_0 + J_0 \dot{\omega}_0 = -u_0 - \beta_{f0} \omega_0 + T_1 R_0 \quad (2.19)$$

Perubahan momen inersia pada *roller unwinder* dimodelkan sebagai (2.20)

$$J_0 = J_{c0} + J_{cu} \quad (2.20)$$

dengan J_{c0} adalah momen inersia dari inti *roller* yang nilainya konstan. Sementara J_{cu} adalah momen inersia material yang tergulung pada *roller* yang nilainya berubah karena proses *unwinding*. Besarnya momen inersia J_{cu} dapat dihitung menggunakan (2.21)

$$J_{cu} = \frac{\pi}{2} t_\rho t_w (R_0^4 - R_{u0}^4) \quad (2.21)$$

dengan t_ρ adalah massa jenis material, t_w adalah lebar material, R_{u0} adalah jari-jari *roller* kosong, dan R_0 adalah jari-jari keseluruhan *roller* beserta material yang mengelilinginya. Pada (2.21), hanya R_0 yang berubah terhadap waktu sehingga dengan melakukan substitusi (2.21) ke (2.20) dan dengan menurunkan terhadap waktu maka didapatkan

$$\dot{J}_0 = 2\pi t_\rho t_w R_0^3 \dot{R}_0 \quad (2.22)$$

Kecepatan linear dari *roller* merupakan perkalian antara kecepatan sudut dengan jari-jari *roller*, sehingga dapat dirumuskan sebagai

$$v_0 = \omega_0 R_0 \quad (2.23)$$

dengan menurunkan kedua ruas dari (2.23) maka akan didapatkan (2.24)

$$\dot{\omega}_0 = \frac{\dot{v}_0}{R_0} - \frac{\dot{R}_0 v_0}{R_0^2} \quad (2.24)$$

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, jari-jari *roller* akan berubah selama proses *unwinding*. Perubahan jari-jari ini dipengaruhi oleh kecepatan sudut *roller* dan ketebalan material. Dengan mengasumsikan ketebalan material (e_w) sangat kecil, maka secara matematika perubahan jari-jari *roller* dapat didekati dengan (2.25)

$$\dot{R}_0 \approx -\frac{e_w}{2\pi} \omega_0 = -\frac{e_w}{2\pi} \frac{v_0}{R_0} \quad (2.25)$$

Dengan melakukan substitusi (2.22), (2.24), dan (2.25) ke (2.19) maka akan didapatkan persamaan akhir dari dinamika tegangan dan kecepatan linear bagian *unwinder* dapat dirumuskan sebagai (2.26)

$$\begin{cases} J_0 \dot{v}_0 = -R_0 u_0 - \beta_{f0} v_0 + T_1 R_0^2 - \frac{e_w}{2\pi} \left(\frac{J_0}{R_0^2} - 2\pi t_{\rho} t_w R_0^2 \right) v_0^2 \\ \dot{T}_1 = \frac{1}{L_1} [v_1 T_1 - v_0 T_0 + AE(v_1 - v_0)] \end{cases} \quad (2.26)$$

2.4.4.2 Master speed

Oleh karena jari-jari dan momen inersia dari bagian ini bernilai konstan, maka berdasarkan (2.16) dan (2.23) kecepatan linearnya dapat dirumuskan sebagai (2.27)

$$J_1 \dot{v}_1 = R_1 u_1 - \beta_{f1} v_1 + R_1^2 (T_2 - T_1) \quad (2.27)$$

2.4.4.3 Rewinder

Dinamika *roller* pada bagian ini hampir sama dengan bagian *unwinder*. Yang menjadi pembeda antara keduanya adalah arah perubahan jari-jari dan momen inersia. Perubahan jari-jari dan momen inersia adalah positif (semakin membesar) sementara pada *unwinder* adalah negatif. Oleh karena itu dinamika tegangan dan kecepatan pada *roller rewinder* adalah

$$\begin{cases} J_2 \dot{v}_2 = R_2 u_2 - \beta_{f2} v_2 - T_2 R_2^2 + \frac{e_w}{2\pi} \left(\frac{J_2}{R_2^2} - 2\pi t_{\rho} t_w R_2^2 \right) v_2^2 \\ \dot{T}_2 = \frac{1}{L_2} [v_2 T_2 - v_1 T_1 + AE(v_2 - v_1)] \end{cases} \quad (2.28)$$

2.5 Model Fuzzy Takagi-Sugeno [10]

Model *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S) memiliki ide utama untuk mendeskripsikan perilaku dari sistem nonlinear dalam bentuk interpolasi beberapa sistem linear lokal. Setiap sistem linear lokal merepresentasikan titik kerja sistem nonlinear. Terdapat tiga metode yang dapat digunakan untuk membentuk model *fuzzy* T-S antara lain:

- Metode identifikasi black box ketika sistem nonlinear tidak dapat direpresentasikan dengan analisis model matematika
- Metode linearisasi ketika tersedia model matematika dari sistem nonlinear
- Metode sektor nonlinearitas

Model *fuzzy* T-S terdiri dari himpunan aturan *IF-THEN* yang merepresentasikan hubungan input-output sistem linear lokal dari sistem

nonlinear. Tujuan utama dari model *fuzzy* T-S adalah untuk menyatakan dinamika lokal dari tiap-tiap aturan *fuzzy* dengan model sistem linear. Model *fuzzy* keseluruhan didapatkan dengan menghubungkan model linear lokal dari setiap aturan dengan fungsi keanggotaan dan hasilnya akan membentuk dinamika sistem nonlinear secara keseluruhan. Contoh model *fuzzy* T-S adalah memiliki bentuk berikut:

Aturan *plant* ke- i

$$\text{IF } p_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ AND } \dots \text{ AND } p_g(t) \text{ is } M_{ig} \quad (2.29)$$

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) + \mathbf{E} \mathbf{f}_a(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{F} \mathbf{f}_s(t) \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, r$$

dengan M_{ig} adalah himpunan *fuzzy* dan r adalah jumlah aturan *plant* yang dibuat, $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$ adalah *state*, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^r$ adalah masukan, $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^m$ adalah keluaran, $\mathbf{f}_a(t) \in \mathcal{R}^p$ dan $\mathbf{f}_s(t) \in \mathcal{R}^q$ adalah kesalahan pada aktuatur dan sensor. Sementara itu \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{E} , \mathbf{F} adalah matriks dengan ukuran yang menyesuaikan dan $\mathbf{p}(t) \in \mathcal{R}^g$ adalah variabel premis yang dapat dipilih berupa *state*, gangguan eksternal, dan/atau waktu. Keluaran akhir dari model *fuzzy* T-S dapat dituliskan sebagai (2.30)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{p}(t)) \{ \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \} + \mathbf{E} \mathbf{f}_a(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{F} \mathbf{f}_s(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.30)$$

Fungsi pembobot ($h_i(\mathbf{p}(t))$) untuk semua waktu t harus memenuhi kondisi berikut:

$$\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{p}(t)) = 1; \quad h_i(\mathbf{p}(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.31)$$

dengan

$$\mathbf{p}(t) = [p_1(t), p_2(t), \dots, p_g(t)]; \quad h_i(\mathbf{p}(t)) = \frac{w_i(\mathbf{p}(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{p}(t))};$$

$$w_i(\mathbf{p}(t)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(p_j(t))$$

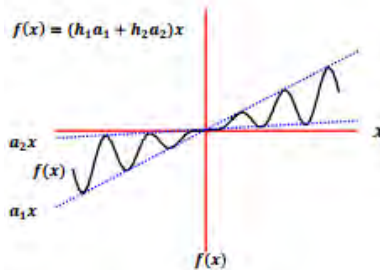
Fungsi $M_{ij}(p_j(t))$ adalah bobot keanggotaan $p_j(t)$ pada M_{ij} .

Salah satu cara untuk membangun model *fuzzy* T-S adalah menggunakan metode sektor nonlinearitas. Prinsip dari metode ini adalah mengasumsikan bahwa suatu sistem nonlinear $f(x)$ berada pada sektor yang dibentuk dari garis lurus: a_1x dan a_2x . Batas sektor dapat berupa global atau semi-global (sektor nonlinearitas lokal). Didasarkan pada nilai a_1 , a_2 , dan $f(x)$, fungsi keanggotaan $h_1(x)$ dan $h_2(x)$ yang digunakan untuk melakukan pendekatan fungsi $f(x)$ dapat dirumuskan sebagai (2.32)

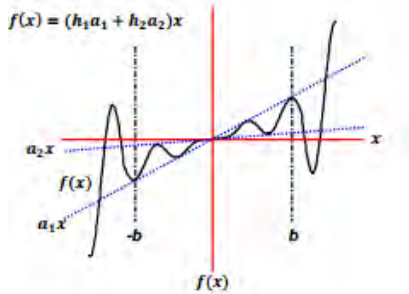
$$h_2(x) = \frac{f(x) - a_2x}{(a_1 - a_2)x}; \quad h_1(x) = \frac{a_1x - f(x)}{(a_1 - a_2)x} \quad (2.32)$$

dengan $h_1(x) + h_2(x) = 1$ dan $h_1(x), h_2(x) \geq 0$ untuk semua x .

Dalam beberapa kasus, terkadang sangat sulit dalam menemukan sektor nonlinearitas global yang mewakili dinamika sistem (lihat Gambar 2.8). Pada kondisi demikian, cara yang dapat dilakukan adalah menemukan sektor nonlinearitas lokal yang mewakili dinamika sistem pada batas tertentu. Hal ini cukup beralasan mengingat variabel fisik sistem selalu memiliki nilai terbatas. Sektor nonlinearitas lokal pada batasan $-b < x < b$ dapat dilihat ada Gambar 2.9



Gambar 2.8 Sektor Nonlinearitas Global [10]



Gambar 2.9 Sektor Nonlinearitas Lokal [10]

Sebagai contoh penggunaan metode sektor nonlinearitas diberikan Persamaan nonlinear (2.33).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} x_1(t) + x_2^3(t) \\ x_1(t) + x_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Variabel *state* dari (2.33) diasumsikan terbatas pada:

$$x_1(t) \in [0, 2] \text{ dan } x_2(t) \in [-1, 2]$$

Persamaan nonlinear (2.33) dapat direpresentasikan dalam bentuk (2.34)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p(t) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

dengan $p(t) = x_2^2(t)$.

Diberikan nilai maksimum dan minimum $p_1(t)$ dan $p_2(t)$ sebagai berikut:

$$p_1(t) = \max_{x_1(t), x_2(t)} p(t) = 4, \quad p_2(t) = \min_{x_1(t), x_2(t)} p(t) = 1$$

Bentuk nonlinear $p(t)$ dapat dirumuskan ulang menggunakan pendekatan

$$p(t) = M_1 p_1(t) + M_2 p_2(t) \quad (2.35)$$

dengan $M_1 + M_2 = 1$. Sementara itu fungsi keanggotaan M_i dapat dihitung menggunakan (2.36)

$$M_1 = \frac{p(t) - p_1(t)}{p_2(t) - p_1(t)}; M_2 = \frac{p_2(t) - p(t)}{p_2(t) - p_1(t)} \quad (2.36)$$

Dengan demikian model *fuzzy* T-S dari persamaan nonlinear (2.33) adalah

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(p(t)) \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) \quad (2.37)$$

dengan

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } h_1(p(t)) = M_1; h_2(p(t)) = M_2$$

2.6 Analisis Stabilitas Lyapunov [11]

Stabilitas sistem merupakan objektif utama yang harus dicapai dalam perancangan suatu sistem kontrol. Dengan memenuhi stabilitas sistem maka objektif yang lain dapat diberikan dalam perancangan sistem kontrol. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode pengujian stabilitas sistem kontrol. Salah satu metode yang dapat digunakan dalam pengujian stabilitas adalah dengan menggunakan metode Lyapunov.

Lyapunov mengemukakan dua metode dalam menentukan stabilitas dari sistem yang dinyatakan dalam persamaan diferensial. Metode yang pertama adalah dengan menemukan semua solusi dari persamaan diferensial tersebut. Metode ini sulit diterapkan pada sistem nonlinear dan/atau *time-varying* sehingga sangat sulit untuk menemukan solusi dari persamaan *state*-nya. Sedangkan pada metode kedua Lyapunov, tidak diperlukan solusi persamaan diferensial sistem. Oleh karena itu metode ini lebih menguntungkan dan mudah diterapkan dalam melakukan pengujian stabilitas sistem linear maupun nonlinear.

Berdasarkan metode kedua Lyapunov, stabilitas sistem dapat ditentukan berdasarkan energi yang tersimpan dalam sistem. Jika sistem memiliki *state* ekuilibrium yang stabil asimtotis, maka energi yang tersimpan dalam sistem akan berkurang seiring bertambahnya waktu hingga mencapai nilai minimal pada *state* ekuilibriumnya. Oleh karena sulit menentukan fungsi matematika dari energi pada sistem, maka Lyapunov membuat suatu fungsi energi buatan. Fungsi ini bergantung pada vektor *state* sistem yang dapat dinyatakan dengan $V(\mathbf{x})$. Perilaku dari $V(\mathbf{x})$ dan turunannya merupakan informasi stabilitas sistem.

Guna menjelaskan teorema stabilitas Lyapunov diasumsikan terdapat suatu sistem yang dinyatakan dalam bentuk (2.38)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}, t) \quad (2.38)$$

Dengan $f(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}$ untuk semua t . Jika terdapat fungsi skalar $V(\mathbf{x}, t)$ yang mempunyai turunan parsial pertama yang kontinu dan memenuhi kondisi

a. $V(\mathbf{x}, t)$ adalah definit positif

b. $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ adalah definit negatif

maka *state* ekuilibrium pada *origin* adalah stabil asimtotis.

Jika terdapat sistem LTI dengan Persamaan

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) \quad (2.39)$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$ adalah *state* sistem, \mathbf{A} adalah matriks konstan dengan dimensi menyesuaikan, dan *state* ekuilibrium berada pada $\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$. Stabilitas dari sistem (2.39) dapat diketahui dengan mudah menggunakan metode kedua Lyapunov. Kandidat fungsi Lyapunov dirumuskan sebagai

$$V(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}(t)^T \mathbf{P}\mathbf{x}(t) \quad (2.40)$$

Dengan \mathbf{P} adalah matriks simetris definit positif. Turunan pertama terhadap waktu dari $V(\mathbf{x}(t))$ adalah

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}(t)^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x}(t) \quad (2.41)$$

Oleh karena $V(\mathbf{x}(t))$ dipilih definit positif, untuk stabilitas asimtotis, maka $\dot{V}(\mathbf{x}(t))$ harus definit negatif sehingga

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t)) = -\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}\mathbf{x}(t) \quad (2.42)$$

dengan $\mathbf{Q} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}) > 0$.

Metode kedua Lyapunov ini sangat membantu dalam perancangan kontroler atau *observer* yang menjamin stabilitas sistem. Dimisalkan terdapat kasus regulator dengan persamaan lup tertutup dirumuskan sebagai (2.43)

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} \quad (2.43)$$

dengan \mathbf{K} adalah gain kontroler dengan dimensi yang menyesuaikan. Pemilihan gain \mathbf{K} agar menjamin stabilitas sistem adalah dengan menemukan matriks simetris definit positif \mathbf{P} yang memenuhi Pertidaksamaan (2.44)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t)^T \mathbf{P} \mathbf{x}(t) &> 0, \\ (\mathbf{A} - \mathbf{BK})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) &< 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

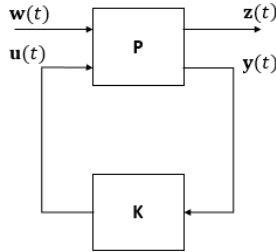
2.7 Performa H_∞ [12]

Dalam perancangan suatu sistem kontrol, disamping tujuan stabilisasi, sistem hasil desain juga diharapkan memiliki performa yang diinginkan. Performa yang dimaksudkan disini adalah ketahanan sistem terhadap gangguan dari luar yang diberikan pada sistem. Sebagai contoh, sesuai dengan topik yang diangkat pada Tugas Akhir ini, yaitu kontroler yang mampu menjaga stabilitas dan performa dari sistem meskipun diberikan gangguan dari luar berupa kesalahan yang terbatas pada sistem. Sistem kontrol yang mampu menjaga stabilitasnya meskipun terjadi gangguan dan ketidakpastian parameter ini dikatakan memiliki performa *robust*.

Metode kontrol *robust* yang biasa digunakan adalah kontrol *robust* H_∞ . Pada metode ini, pengaruh gangguan terburuk dari luar pada performa sistem akan dilemahkan hingga mencapai nilai pelemahan yang telah ditentukan. Pengaruh terburuk suatu gangguan pada sistem dengan fungsi alih $G(s)$ dapat diketahui dengan menghitung ∞ -norm atau sama dengan menghitung nilai maksimum dari *magnitude* respon frekuensinya. Sehingga secara matematika dapat dirumuskan sebagai (2.45)

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega} |G(j\omega)| \quad (2.45)$$

Secara umum, konfigurasi sistem kontrol *robust* dapat dijelaskan seperti pada Gambar 2.10. Matriks \mathbf{P} dan \mathbf{K} merupakan sistem dan kontroler. Sinyal $\mathbf{u}(t)$ dan $\mathbf{w}(t)$ merupakan sinyal kontrol dan gangguan yang diberikan pada sistem. Sedangkan $\mathbf{y}(t)$ dan $\mathbf{z}(t)$ masing-masing adalah keluaran terukur dan keluaran performa dari sistem.



Gambar 2.10 Skema Kontrol *Robust*

Dalam Tugas Akhir ini, performa H_∞ akan diterapkan pada kontroler dan estimator kesalahan. Pada kontroler, pemberian performa H_∞ diharapkan dapat melemahkan pengaruh terburuk yang disebabkan oleh kesalahan pada sensor dan/atau aktuator. Sedangkan pada estimator, diharapkan estimator kesalahan sensor terhindar dari pengaruh kesalahan aktuator. Begitu pula sebaliknya untuk estimator kesalahan aktuator terhindar dari pengaruh kesalahan sensor.

Untuk memperjelas prinsip dari performa H_∞ diasumsikan terdapat vektor *error tracking* $\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_r(t)$ yang mengalami gangguan berupa kesalahan sensor $\mathbf{f}_s(t)$ dan kesalahan aktuator $\mathbf{f}_a(t)$. Keluaran performa yang diharapkan adalah

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_p \mathbf{e}(t) \quad (2.46)$$

dengan \mathbf{C}_p adalah matriks performa. Perhitungan tingkat pelemahan (γ) dapat dilakukan menggunakan Pertidaksamaan (2.47)

$$\frac{\|\mathbf{z}(t)\|_2}{\|\mathbf{w}(t)\|_2} = \frac{\sqrt{\int_0^{t_f} \mathbf{e}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(t) dt}}{\sqrt{\int_0^{t_f} \mathbf{w}(t)^T \mathbf{w}(t) dt}} \leq \gamma, \quad \mathbf{Q} = \mathbf{C}_p^T \mathbf{C}_p \quad (2.47)$$

Dengan mengintegralkan kedua ruas dari Pertidaksamaan (2.47) akan diperoleh

$$\frac{\int_0^{t_f} \mathbf{e}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(t) dt}{\int_0^{t_f} \mathbf{w}(t)^T \mathbf{w}(t) dt} \leq \gamma^2$$

atau

$$\frac{1}{\gamma} \int_0^{t_f} \mathbf{e}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(t) dt - \gamma \int_0^{t_f} \mathbf{w}(t)^T \mathbf{w}(t) dt \leq 0 \quad (2.48)$$

dengan $\mathbf{w}(t) = [\mathbf{f}_s(t) \quad \mathbf{f}_a(t) \quad \mathbf{y}_r]^T$

Arti fisik dari (2.48) adalah efek terburuk dari $\mathbf{w}(t)$ pada *error tracking* $\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_r(t)$ harus dilemahkan sampai di bawah tingkat pelemahan (γ) yang ditentukan. Adapun ∞ – *norm* dari fungsi alih $G(s)$ merupakan nilai maksimum dari (2.47). Sesuai dengan definisi ini maka ∞ – *norm* dari fungsi alih sistem dinyatakan sebagai

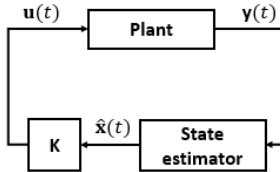
$$\frac{\|\mathbf{Z}(s)\|_{\infty}}{\|\mathbf{W}(s)\|_{\infty}} = \sup_{\omega} \left| \frac{\mathbf{Z}(j\omega)}{\mathbf{W}(j\omega)} \right| = \sup_{\|\mathbf{w}(t)\|_2 \neq 0} \frac{\|\mathbf{z}(t)\|_2}{\|\mathbf{w}(t)\|_2} \quad (2.49)$$

Jika tingkat pelemahan maksimum yang diinginkan adalah kurang dari γ^* , maka performa dari sistem dinyatakan dalam Pertidaksamaan (2.50)

$$\frac{\|\mathbf{Z}(s)\|_{\infty}}{\|\mathbf{W}(s)\|_{\infty}} = \sup_{\|\mathbf{w}(t)\|_2 \neq 0} \frac{\|\mathbf{z}(t)\|_2}{\|\mathbf{w}(t)\|_2} = \gamma^* < \gamma \quad (2.50)$$

2.8 Dynameic Output Feedback Controller (DOFC) [6], [13]

Subbab ini akan membahas tentang *dynamic output feedback controller* (DOFC). Prinsip dari DOFC adalah menggunakan keluaran sistem sebagai umpan balik. Oleh karena itu lebih mudah diterapkan daripada kontrol *state feedback*. Hal ini cukup beralasan mengingat ada kemungkinan tidak semua *state* sistem terukur.



Gambar 2.11 Kontrol Umpan Balik Menggunakan Estimasi *State*

Ide utama dari DOFC adalah menggabungkan estimator dan kontroler seperti pada Gambar 2.11. Hasil estimasi *state* kemudian

digunakan sebagai umpan balik ke kontroler. Dimisalkan persamaan *plant* adalah (2.51)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (2.51)$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^r$, dan $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^m$ adalah *state*, masukan, dan keluaran sistem. Matriks \mathbf{A} , \mathbf{B} , dan \mathbf{C} memiliki dimensi yang menyesuaikan. Desain *observer* untuk estimasi *state* (2.51) dirumuskan

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)) \quad (2.52)$$

dengan $\hat{\mathbf{x}}(t)$ adalah estimasi *state* $\mathbf{x}(t)$, \mathbf{L} adalah gain *observer*. Sinyal kontrol yang dihasilkan adalah $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t)$. Dengan demikian bentuk umum dari DOFC dapat dirumuskan sebagai (2.53)

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{L}\mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (2.53)$$

Gain kontroler \mathbf{K} dan gain *observer* \mathbf{L} dapat dirancang secara terpisah. Namun, guna mendapatkan hasil yang bagus respon *observer* harus jauh lebih cepat dari kontroler. Oleh karena itu perlu dilakukan peletakan *pole observer* dan kontroler secara teliti. Kedua gain ini juga dapat dibuat menjadi satu kesatuan sehingga tidak diperlukan pemilihan *pole* kontroler dan *observer* secara terpisah. Untuk menggunakan metode ini struktur DOFC dirumuskan sebagai

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c\mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{D}_c\mathbf{y}(t) \end{cases} \quad (2.54)$$

Pada Tugas Akhir ini, DOFC diberikan untuk menjamin stabilitas sistem lup tertutup dan juga harus dapat memaksa keluaran sistem mengikuti sinyal referensi (berupa sinyal step) yang diberikan. Guna memenuhi kondisi ini maka DOFC akan dirancang dengan pendekatan sistem servo tipe 1. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah melakukan augmentasi sistem (2.51) dengan (2.55) sehingga akan didapatkan (2.56)

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{y}_r(t) - \mathbf{y}(t) \quad (2.55)$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}\mathbf{y}_r \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (2.56)$$

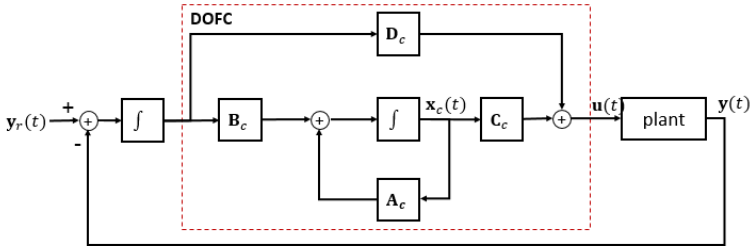
dengan:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}(t) \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$$

Pada kasus sistem servo tipe 1, struktur DOFC (2.54) diubah menjadi (2.57). Struktur DOFC ini juga dapat dilihat pada Gambar 2.12.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c\bar{\mathbf{y}}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{D}_c\bar{\mathbf{y}}(t) \end{cases} \quad (2.57)$$

dengan $\mathbf{x}_c(t) \in \mathcal{R}^{n+m}$ dan $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^r$ adalah *state* kontroler dan sinyal kontrol yang dihasilkan. Sementara itu \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c , \mathbf{C}_c , \mathbf{D}_c adalah gain kontroler dengan dimensi menyesuaikan.

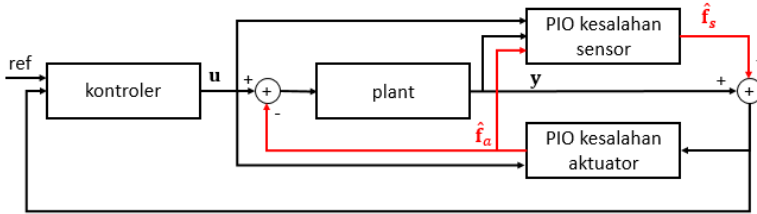


Gambar 2.12 Struktur *Dynamic Output Feedback Controller* (DOFC)

2.9 Proportional-Integral Observer [6], [13], [14]

Proportional-integral observer (PIO) merupakan sebuah *observer* yang memiliki bagian proporsional dan integral dari *error* estimasi state, sementara *observer* konvensional (Luenberger) hanya menggunakan bagian proporsionalnya saja. Penggunaan PIO pada suatu sistem bertujuan untuk mengestimasi *state* dan juga *unknown input* yang suatu sistem. Struktur dari PIO dapat dilihat pada Gambar 2.13. Sama halnya dengan *observer* konvensional, PIO dapat diterapkan jika dan hanya jika sistem *observable*.

kesalahan sebagai *unknown input*. Dalam perancangannya akan dibuat dua buah PIO yang masing-masing berfungsi untuk mengestimasi kesalahan pada sensor dan aktuator. Kedua PIO ini akan disusun sesuai dengan struktur pada Gambar 2.14.



Gambar 2.14 Struktur FTC Menggunakan PIO

2.9.1 Estimasi Kesalahan Sensor Berbasis PIO

Dimisalkan terdapat sistem LTI (2.61) dengan kesalahan yang terjadi pada sensor dan aktuator.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}_a(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}\mathbf{f}_s(t) \end{cases} \quad (2.61)$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^r$, $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^m$ adalah *state*, masukan, dan keluaran sistem. Serta \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{E} , dan \mathbf{F} adalah matriks dengan dimensi menyesuaikan. Sementara itu $\mathbf{f}_a \in \mathcal{R}^p$ dan $\mathbf{f}_s \in \mathcal{R}^q$ adalah kesalahan pada aktuator dan sensor. Jika dilihat dengan seksama pada (2.61) kesalahan sensor muncul pada bagian keluaran sehingga tidak dapat diestimasi menggunakan PIO secara langsung. Oleh karena itu dalam perancangannya akan ditambahkan *state filter* (2.62). Dengan membuat augmentasi antara *state* sistem dengan filter maka kesalahan sensor dapat dianggap sebagai *unknown input*. Penambahan filter ini juga bermanfaat untuk menghindari perkalian langsung antara kesalahan sensor dengan gain PIO.

$$\dot{\mathbf{x}}_f(t) = -\mathbf{A}_f \mathbf{x}_f(t) + \mathbf{A}_f \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_f \mathbf{F}\mathbf{f}_s(t) \quad (2.62)$$

dengan $\mathbf{x}_f(t) \in \mathcal{R}^m$ adalah *state filter*, \mathbf{A}_f adalah matriks stabil dengan dimensi menyesuaikan. Bentuk augmentasi antara (2.61) dan (2.62) maka akan didapatkan (2.63)

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{f}_a(t) + \bar{\mathbf{F}}\mathbf{f}_s(t) \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (2.63)$$

dengan:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_f\mathbf{C} & -\mathbf{A}_f \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_f \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{\mathbf{E}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_f\mathbf{F} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \end{aligned}$$

Dengan mengasumsikan bahwa (\mathbf{A}, \mathbf{C}) adalah *observable* maka dapat dirumuskan PIO (2.64) yang dapat mengestimasi kesalahan sensor.

$$\begin{cases} \dot{\hat{\bar{\mathbf{x}}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\hat{\bar{\mathbf{x}}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \bar{\mathbf{E}}\hat{\mathbf{f}}_a(t) + \bar{\mathbf{F}}\hat{\mathbf{f}}_s(t) + \mathbf{L}_{ps}\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}_x(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}_s(t) = \mathbf{L}_{is}\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}_x(t) \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\hat{\bar{\mathbf{x}}}(t) \end{cases} \quad (2.64)$$

dengan $\hat{\bar{\mathbf{x}}}(t) \in \mathcal{R}^{(n+m)}$ adalah estimasi *state* $\bar{\mathbf{x}}(t)$, $\hat{\mathbf{f}}_s(t)$ adalah estimasi kesalahan sensor, $\hat{\mathbf{f}}_a(t)$ adalah estimasi kesalahan aktuator yang berasal dari PIO yang lain, $\mathbf{L}_{ps} \in \mathcal{R}^{(n+m) \times m}$ dan $\mathbf{L}_{is} \in \mathcal{R}^{q \times m}$ adalah gain *observer* yang akan didesain, serta $\bar{\mathbf{e}}_x(t)$ adalah *error* estimasi *state* yang didefinisikan sebagai $\bar{\mathbf{e}}_x(t) = \bar{\mathbf{x}}(t) - \hat{\bar{\mathbf{x}}}(t)$. Oleh karena PIO (2.64) menerima hasil estimasi kesalahan aktuator dari PIO yang lain, maka akan didesain menggunakan performa H_∞ sehingga pengaruh terburuk dari *error* estimasi kesalahan aktuator dapat dilemahkan. Struktur PIO sensor ini dapat dilihat pada Gambar 2.15(a). Untuk perancangan lebih lengkap dari PIO ini akan dibahas pada bab perancangan sistem.

2.9.2 Estimasi Kesalahan Aktuator Berbasis PIO

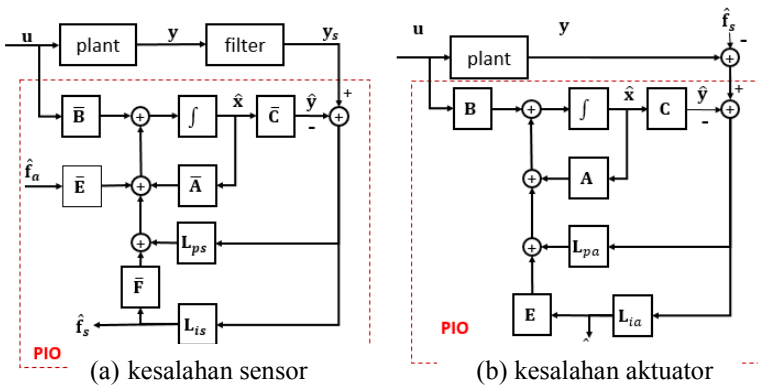
Struktur PIO untuk estimasi kesalahan aktuator hampir sama dengan PIO (2.64). Perbedaannya adalah sinyal yang masuk pada PIO ini adalah sinyal kontrol dan sinyal output yang telah terkompensasi dari kesalahan sensor (lihat Gambar 2.14). Oleh karena itu, sistem yang diberikan pada (2.61) akan berubah menjadi (2.65).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}_a(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}\mathbf{e}_{fs}(t) \end{cases} \quad (2.65)$$

dengan mengasumsikan bahwa turunan pertama kesalahan aktuator ($\dot{\mathbf{f}}_a(t)$) dan *error* estimasi kesalahan sensor ($\mathbf{e}_{fs}(t)$) adalah *bounded*. Maka PIO (2.66) dapat digunakan untuk melakukan estimasi *state* sistem dan kesalahan aktuator secara simultan.

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{f}}_a(t) + \mathbf{L}_{pa}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}_a(t) = \mathbf{L}_{ia}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (2.66)$$

dengan $\hat{\mathbf{x}}(t) \in \mathcal{R}^n$ adalah estimasi *state* \mathbf{x} , $\hat{\mathbf{f}}_a(t) \in \mathcal{R}^p$ adalah hasil estimasi kesalahan aktuator, $\mathbf{L}_{pa} \in \mathcal{R}^{n \times m}$, dan $\mathbf{L}_{ia} \in \mathcal{R}^{p \times m}$ adalah gain PIO yang akan didesain. Oleh karena PIO (2.66) menerima sinyal $\mathbf{e}_{fs}(t)$, maka akan didesain memiliki performa H_∞ sehingga dapat melemahkan pengaruh terburuk yang berasal dari sinyal $\mathbf{e}_{fs}(t)$. Struktur PIO aktuator ini dapat dilihat pada Gambar 2.15(b).



Gambar 2.15 Struktur *Proportional Integral Observer* (PIO)

2.10 Linear Matrix Inequality [15], [16]

Linear matriks inequality (LMI) merupakan metode yang sangat berguna untuk menyelesaikan permasalahan kontrol dan optimisasi seperti fungsi Lyapunov dan Riccati. LMI secara umum memiliki bentuk

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}_0 + \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \mathbf{F}_i > 0 \quad (2.67)$$

dengan $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$, matriks simetris $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i^T \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$ diberikan. Pertidaksamaan (2.67) menunjukkan bahwa $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ adalah definit positif. LMI (2.67) merupakan fungsi kendala dari \mathbf{x} sehingga tujuan optimisasi adalah mencari nilai \mathbf{x} sedemikian hingga $\mathbf{F}(\mathbf{x}) > 0$.

Salah satu keuntungan merepresentasikan permasalahan kontrol dalam LMI adalah mampu menggabungkan beberapa fungsi kendala dalam satu LMI. Sebagai contoh diberikan fungsi kendala sebanyak p LMI $\mathbf{F}^{(1)}(\mathbf{x}) > 0; \mathbf{F}^{(2)}(\mathbf{x}) > 0; \dots; \mathbf{F}^{(p)}(\mathbf{x}) > 0$ dapat diekspresikan dalam satu LMI (2.68)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(1)}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}^{(2)}(\mathbf{x}) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{F}^{(p)}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} > 0 \quad (2.68)$$

2.10.1 Schur Complement

Schur *complement* digunakan untuk mengubah pertidaksamaan yang biasa muncul dalam permasalahan kontrol dalam bentuk LMI. Misalkan terdapat Pertidaksamaan nonlinear (2.69).

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) > 0, \mathbf{Q}(\mathbf{x}) - \mathbf{S}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{S}(\mathbf{x})^T > 0 \quad (2.69)$$

dengan $\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}(\mathbf{x})^T$, $\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{x})^T$.

Schur *complement* akan mengubah (2.69) menjadi (2.70)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}(\mathbf{x}) & \mathbf{S}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{S}(\mathbf{x})^T & \mathbf{R}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} > 0 \quad (2.70)$$

Sebagai contoh penerapan *Schur complement* adalah untuk menyelesaikan persamaan Riccati yang digunakan untuk mendesain kontrol optimal. Kontrol optimal dapat didesain dengan mencari sebuah matriks simetris definit positif \mathbf{P} yang memenuhi Pertidaksamaan (2.71)

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} < 0 \quad (2.71)$$

Dengan **A** dan **B** matriks sistem, **Q** matriks simetris konstan, dan **R** matriks simetris definit positif konstan. Dengan *Schur complement*, (2.71) dapat dikonversi menjadi LMI (2.72).

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{Q} & \mathbf{P} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P} & \mathbf{R} \end{bmatrix} > 0 \quad (2.72)$$

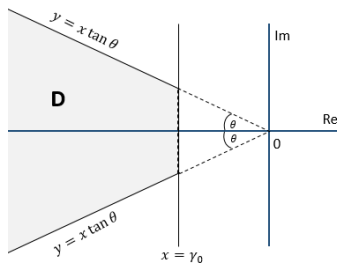
2.10.2 Pole Placement di LMI Region

Stabilitas merupakan objektif paling dasar dalam perancangan kontroler. Namun, kontroler yang bagus juga harus memiliki respon transien dan *damping ratio* sesuai dengan yang diinginkan dengan cara menempatkan *pole closed-loop* pada wilayah **D** (lihat Gambar 2.16). *Settling time* dan *overshoot* tergantung pada pemilihan *damping ratio* $\cos \theta$ dan kecepatan respon sistem tergantung pada γ_0 .

Pemilihan *pole* dapat dilakukan dengan menggunakan LMI *region*. LMI *region* merupakan *subsets D* dari bidang kompleks yang dirumuskan

$$\mathbf{D} = \{\mathbf{z} \in \mathbb{C} : \mathbf{L} + \mathbf{M}\mathbf{z} + \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{z}} < 0\} \quad (2.73)$$

dengan **M** dan **L** = **L**^T adalah matriks real konstan.

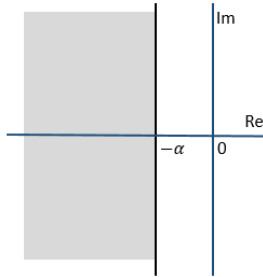


Gambar 2.16 Lokasi *Pole* Pada Wilayah **D**

Berikut adalah contoh dari LMI *region*:

- a. *Half pl-ane* $\text{Re}(\mathbf{z}) = -\alpha$,

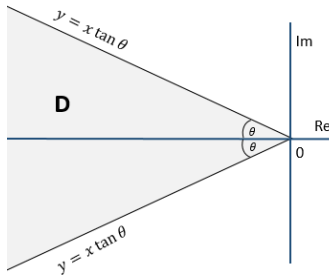
$$f_d(\mathbf{z}) = \mathbf{z} + \bar{\mathbf{z}} + 2\alpha \mathbf{I} < 0 \quad (2.74)$$



Gambar 2.17 *Half Plane* LMI Region

- b. *Conic sector* dengan pusat di origin dan sudut dalam θ ,

$$f_d(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \sin \theta(\mathbf{z} + \bar{\mathbf{z}}) & \cos \theta(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}) \\ \cos \theta(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}) & \sin \theta(\mathbf{z} + \bar{\mathbf{z}}) \end{bmatrix} < 0 \quad (2.75)$$



Gambar 2.18 *Conic Sector* LMI Region

BAB 3

PERANCANGAN SISTEM KONTROL

Bab ini akan membahas mengenai perancangan kontroler toleransi kesalahan (FTC) pada sistem *winding machine*. Skema FTC yang dirancang terdiri dari kontroler nominal dan estimator kesalahan. Kontrol nominal yang akan dirancang adalah *dynamic output feedback controller* (DOFC), sedangkan estimator kesalahan menggunakan *proportional-integral observer* (PIO). Dalam proses perancangannya, model nonlinear akan dimodelkan dalam bentuk model *fuzzy* Takagi-Sugeno. Gain DOFC dan PIO dirumuskan dari pertidaksamaan Lyapunov dengan menyertakan performa H_∞ dan *pole placement* yang kemudian diubah ke dalam bentuk LMI. Permasalahan LMI yang dibentuk akan diselesaikan menggunakan LMI *toolbox* pada Matlab.

3.1 Pemodelan *Fuzzy T-S Sistem Winding Machine*

Model nonlinear dari sistem *winding machine* telah dibahas sebelumnya pada Bab 2. Guna mendapatkan model *fuzzy* T-S adalah dengan menggunakan pendekatan sektor nonlinearitas lokal. Variabel premis yang digunakan adalah *state* dari sistem.

Model matematika dari sistem *winding machine* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_0 : \begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{-AE}{L_1} x_3 + \frac{AE}{L_1} x_4 + \frac{x_4 x_1}{L_1} \\ \dot{x}_3 = \frac{R_0^2}{J_0} x_1 - \frac{\beta_{f0}}{J_0} x_3 - \frac{R_0}{J_0} u_1 + \left(-\frac{e_w}{2\pi R_0^2} + \frac{t_\rho AR_0^2}{J_0} \right) x_3^2 \end{cases} \\
 S_1 : \dot{x}_4 = -\frac{R_1^2}{J_1} x_1 + \frac{R_1^2}{J_1} x_2 - \frac{\beta_{f1}}{J_1} x_4 + \frac{R_1}{J_1} u_2 \\
 S_2 : \begin{cases} \dot{x}_2 = -\frac{AE}{L_2} x_4 + \frac{AE}{L_2} x_5 + \frac{x_5 x_2}{L_2} - \frac{x_4 x_1}{L_1} \\ \dot{x}_5 = -\frac{R_2^2}{J_2} x_2 - \frac{\beta_{f2}}{J_2} x_5 + \frac{R_2}{J_2} u_3 + \left(\frac{e_w}{2\pi R_2^2} - \frac{t_\rho AR_0^2}{J_0} \right) x_5^2 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dengan S_0 , S_1 , dan S_2 adalah bagian *unwinder*, *master speed*, dan *rewinder* pada *winding machine*. Parameter sistem dapat dilihat pada bagian

lampiran Tugas Akhir ini. Nilai-nilai parameter yang digunakan ini diambil dari hasil penelitian pada [9]. Sementara itu *state* sistem didefinisikan pada Tabel 3.1.

Dua *roller* yang dihubungkan oleh *belt* pada permukaannya adalah memiliki kecepatan linear yang sama sehingga dapat diasumsikan kecepatan material pada masing-masing *roller* sama ($x_3 \approx x_5 \approx x_4$). Dengan memasukkan nilai parameter sistem ke (3.1) maka dapat dibentuk (3.2).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_4}{3} & 0 & -1,11 & 1,11 & 0 \\ -\frac{x_4}{3} & \frac{x_4}{3} & 0 & -1,11 & 1,11 \\ 0,01 & 0 & -0,001+0,008x_4 & 0 & 0 \\ -0,01 & 0,01 & 0 & -0,001 & 0 \\ 0 & -0,01 & 0 & 0 & -0,001-0,008x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0,07 & 0 & 0 \\ 0 & 0,07 & 0 \\ 0 & 0 & 0,07 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Jika ditinjau pada (3.2), dengan mudah dapat diketahui bahwa *state* yang berpengaruh pada perilaku nonlinearitas adalah x_4 . Selanjutnya nilai x_4 divariasi pada 0 m/s, 1 m/s, dan 2 m/s sehingga didapatkan variasi matriks **A** pada (3.3), (3.4), dan (3.5). Selanjutnya dipilih variabel premis $p(t) = x_4(t)$.

Tabel 3.1 *State Sistem Winding Machine*

State	Keterangan	Terukur/tidak
x_1	Tegangan material antara <i>unwinder</i> dan <i>master speed</i> (T_1)	Terukur
x_2	Tegangan material antara <i>rewinder</i> dan <i>master speed</i> (T_2)	Terukur
x_3	Kecepatan material pada <i>unwinder</i> (v_0)	Tidak terukur
x_4	Kecepatan material pada <i>master speed</i> (v_1)	Terukur
x_5	Kecepatan material pada <i>rewinder</i> (v_2)	Tidak terukur

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1,11 & 1,11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,11 & 1,11 \\ 0,01 & 0 & -0,001 & 0 & 0 \\ -0,01 & 0,01 & 0 & -0,001 & 0 \\ 0 & -0,01 & 0 & 0 & -0,001 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 & -1,11 & 1,11 & 0 \\ -0,33 & 0,33 & 0 & -1,11 & 1,11 \\ 0,01 & 0 & 0,077 & 0 & 0 \\ -0,01 & 0,01 & 0 & -0,001 & 0 \\ 0 & -0,01 & 0 & 0 & -0,009 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0,66 & 0 & -1,11 & 1,11 & 0 \\ -0,66 & 0,66 & 0 & -1,11 & 1,11 \\ 0,01 & 0 & 0,016 & 0 & 0 \\ -0,01 & 0,01 & 0 & -0,001 & 0 \\ 0 & -0,01 & 0 & 0 & -0,018 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Berdasarkan parameter pada (3.3), (3.4), dan (3.5), model *fuzzy* T-S dapat dibentuk berdasarkan aturan *plant* berikut:

Aturan *plant* ke-1:

IF $p(t)$ is M_1 (sekitar 0 m/s)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

Aturan *plant* ke-2:

IF $p(t)$ is M_2 (sekitar 1 m/s)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

Aturan *plant* ke-3:

IF $p(t)$ is M_3 (sekitar 2 m/s)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_3 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.8)$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^r$, dan $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^m$ adalah *state*, masukan, dan keluaran sistem.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0,07 & 0 & 0 \\ 0 & 0,07 & 0 \\ 0 & 0 & 0,07 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Kontroler dan *observer* juga akan dibentuk dalam model *fuzzy* T-S menggunakan konsep PDC (*parallel distributed control*) dengan premis dan fungsi keanggotaan sama dengan *plant*. Aturan kontroler diberikan pada (3.9), (3.10), dan (3.11).

Aturan kontroler 1

IF $p(t)$ is M_1 (sekitar 0 m / s) (3.9)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_{c1} \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_{c1} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_{c1} \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{D}_{c1} \mathbf{y}(t) \end{cases}$$

Aturan kontroler 2

IF $p(t)$ is M_2 (sekitar 1 m / s) (3.10)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_{c2} \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_{c2} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_{c2} \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{D}_{c2} \mathbf{y}(t) \end{cases}$$

Aturan kontroler 3

IF $p(t)$ is M_3 (sekitar 2 m / s) (3.11)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_{c3} \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_{c3} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_{c3} \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{D}_{c31} \mathbf{y}(t) \end{cases}$$

Sementara itu aturan *observer* diberikan pada (3.12), (3.13), dan (3.14)

Aturan observer 1

IF $p(t)$ is $M_1(0 \text{ m / s})$ (3.12)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{f}}(t) + \mathbf{L}_{P1}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = \mathbf{L}_{I1}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

Aturan observer 2

IF $p(t)$ is $M_2(1 \text{ m / s})$ (3.13)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_2 \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{f}}(t) + \mathbf{L}_{P2}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = \mathbf{L}_{I2}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

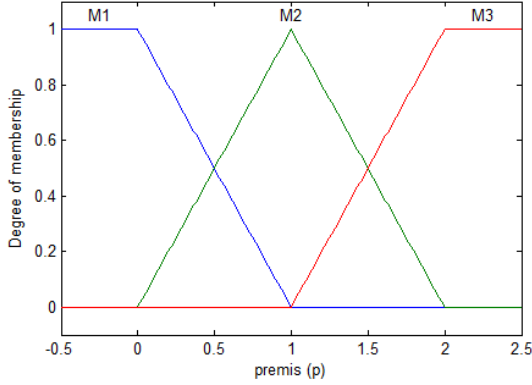
Aturan observer 3

IF $p(t)$ is $M_3(2 \text{ m / s})$ (3.14)

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_3 \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{f}}(t) + \mathbf{L}_{P3}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = \mathbf{L}_{I3}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

Fungsi M_1 dan M_3 adalah fungsi keanggotaan trapesium, sedangkan M_2 adalah fungsi keanggotaan segitiga seperti pada Gambar 3.1. Secara matematika M_1 , M_2 , dan M_3 dapat ditulis seperti pada (3.15).

$$\begin{aligned} M_1(p) &= \begin{cases} 1, & p \leq 0 \\ 1-p, & 0 < p < 1 \\ 0, & p \geq 1 \end{cases} & M_3(p) &= \begin{cases} 0, & p \leq 1 \\ p-2, & 1 \leq p \leq 2 \\ 1, & p \geq 2 \end{cases} \\ M_2(p) &= \begin{cases} 0, & p \leq 0 \\ p-1, & 0 \leq p \leq 1 \\ 2-p, & 1 \leq p \leq 2 \\ 0, & p \geq 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.15)$$



Gambar 3.1 Fungsi Keanggotaan untuk Aturan *Plant*, Kontroler, dan *Observer*

Model *fuzzy* T-S secara keseluruhan dari *plant*, kontroler, dan *observer* diberikan pada (3.16), (3.17), dan (3.18).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(p)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c(p)\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c(p)\bar{\mathbf{y}}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c(p)\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{D}_c(p)\bar{\mathbf{y}}(t) \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}(p)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{f}}(t) + \mathbf{L}_P(p)(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = \mathbf{L}_I(p)(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

dengan:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(p) &= \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{A}_i; \quad \mathbf{A}_c(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{A}_{ci}; \quad \mathbf{B}_c(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{B}_{ci}; \\ \mathbf{C}_c(p) &= \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{C}_{ci}; \quad \mathbf{D}_c(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{D}_{ci}; \\ \mathbf{L}_P(p) &= \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{L}_{Pi}; \quad \mathbf{L}_I(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{L}_{Ii} \end{aligned}$$

Fungsi pembobotan *fuzzy* harus memenuhi kondisi (3.19) untuk semua waktu t .

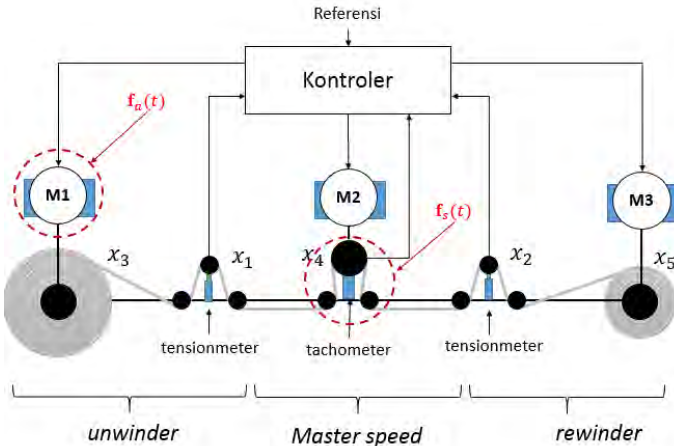
$$\sum_{i=1}^3 h_i = 1; \quad h_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.19)$$

dengan:

$$w_i(p) = M_i(p); \quad h_i(p) = \frac{w_i(p)}{\sum_{i=1}^3 w_i(p)}$$

3.2 Pendefinisian Kesalahan

Dalam proses operasi sistem, ada kemungkinan kesalahan dapat terjadi pada sensor maupun aktuator. Kesalahan ini dapat berupa kesalahan multiplikatif atau aditif pada komponen tertentu. Dalam perancangan FTC pada *winding machine* ini, letak kesalahan diasumsikan terjadi pada sensor dan aktuator yang ditunjukkan pada Gambar 3.2. Kesalahan sensor terjadi pada *tachometer* sehingga pembacaan kecepatan menjadi salah. Sedangkan kesalahan aktuator terjadi pada motor DC yang menggerakkan *roller unwinder*.



Gambar 3.2 Lokasi Kesalahan Sensor dan Aktuator pada *Winding Machine*

Berdasarkan letak kesalahan yang terjadi, dengan menggunakan metode yang dijelaskan pada sub-subbab 2.2.3, maka dapat dibentuk

matriks distribusi kesalahan sensor (**F**) dan kesalahan aktuator (**E**) sebagai berikut:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,07 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan kesalahan sensor dan aktuator didefinisikan sebagai (3.20)

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_a(t) &= (\alpha - 1)u_1(t) + k_a \\ \mathbf{f}_s(t) &= (\beta - 1)x_4(t) + k_s \end{aligned} \quad (3.20)$$

dengan $\mathbf{f}_a(t) \in \mathcal{R}^p$ dan $\mathbf{f}_s(t) \in \mathcal{R}^q$ adalah kesalahan pada aktuator dan sensor. Sinyal $u_1(t)$ dan $x_4(t)$ menunjukkan letak kesalahan terjadi pada aktuator pertama dan sensor untuk mengukur *state* keempat. Jenis kesalahan yang terjadi dapat divariasi menggunakan Tabel 2.1 dan Tabel 2.2 pada Bab 2.

Dengan menambahkan kesalahan pada sistem maka model *fuzzy* T-S (3.16) maka akan didapatkan (3.21).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(p)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}_a(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}\mathbf{f}_s(t) \end{cases} \quad (3.21)$$

Dari model *fuzzy* T-S selanjutnya akan dirancang PIO dan DOFC. Guna menyederhanakan proses perancangan, didefinisikan variabel sesuai dengan (3.22).

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}(t); \mathbf{u} = \mathbf{u}(t); \mathbf{y} = \mathbf{y}(t); \\ p &= p(t); \mathbf{f}_a = \mathbf{f}_a(t); \mathbf{f}_s = \mathbf{f}_s(t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.3 Perancangan Estimator Kesalahan Berbasis PIO

Pada subbab ini akan dibahas perancangan proporsional integral *observer* (PIO) yang digunakan untuk melakukan estimasi kesalahan pada sensor dan aktuator. PIO akan dirancang sedemikian rupa sehingga keseluruhan sistem lup tertutup memiliki kekokohan dan stabilitas kesalahan terjadi. Guna melakukan estimasi kesalahan pada sensor dan atau aktuator secara simultan akan dirancang dua buah PIO yang masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut:

3.3.1 Estimator Kesalahan Sensor Berbasis PIO

PIO yang akan dirancang pada bagian ini harus memenuhi objektif berikut:

- Dapat mengestimasi kesalahan sensor yang terjadi,
- Menjamin stabilitas sistem lup tertutup secara keseluruhan,
- Kokoh terhadap sinyal gangguan yang berupa *error* estimasi kesalahan aktuator dan perubahan kesalahan sensor

Dengan menggunakan model *fuzzy* T-S (3.21), berikut akan dijelaskan proses perancangan PIO untuk mengestimasi kesalahan pada sensor.

3.3.1.1 Sistem Augmentasi

Dalam penerapan PIO, kesalahan dianggap sebagai *unknown input* agar dapat diestimasi. Namun, jika ditinjau pada (3.21) kesalahan sensor muncul pada bagian output sehingga perlu dilakukan sedikit modifikasi dengan membentuk augmentasi *state* sistem dengan filter. Pemberian filter ini juga bertujuan untuk menghindari perkalian langsung antara kesalahan sensor dengan gain *observer*. Persamaan filter didefinisikan sebagai (3.23).

$$\dot{\mathbf{x}}_f = -\mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{A}_f \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{A}_f \mathbf{F} \mathbf{f}_s \quad (3.23)$$

dengan $\mathbf{x}_f \in \mathcal{R}^m$ adalah *state* filter dan \mathbf{A}_f adalah matriks stabil dengan dimensi menyesuaikan. Augmentasi (3.21) dan (3.23) adalah

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}(p) \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{u} + \bar{\mathbf{E}} \mathbf{f}_a + \bar{\mathbf{F}} \mathbf{f}_s \\ \bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (3.24)$$

dengan:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}(p) &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}(p) & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_f \mathbf{C} & -\mathbf{A}_f \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_f \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{\mathbf{E}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_f \mathbf{F} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Diasumsikan bahwa sinyal \mathbf{f}_s adalah *bounded*, maka PIO untuk estimasi kesalahan sensor dirumuskan sebagai (3.25).

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}(p)\hat{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{f}_a + \bar{\mathbf{F}}\mathbf{f}_s + \mathbf{L}_{ps}(p)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}_x \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}_s = \mathbf{L}_{is}(p)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}_x \\ \hat{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (3.25)$$

dengan:

$$\mathbf{L}_{ps}(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{L}_{ps} \in \mathcal{R}^{(n+m) \times m} \text{ dan } \mathbf{L}_{is}(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{L}_{is} \in \mathcal{R}^{q \times m}$$

adalah gain proporsional dan gain integral dari PIO yang akan didesain. Sedangkan $\bar{\mathbf{e}}_x$ adalah *error* estimasi *state* yang didefinisikan sebagai (3.26)

$$\bar{\mathbf{e}}_x = \bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}} \quad (3.26)$$

Dinamika *error* estimasi *state* didapatkan dengan menurunkan (3.26) sehingga didapatkan (3.27).

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}_x = \dot{\bar{\mathbf{x}}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\bar{\mathbf{A}}(p) - \mathbf{L}_{ps}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}_x + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{e}_{fa} + \bar{\mathbf{F}}\mathbf{e}_{fs} \quad (3.27)$$

Dengan $\mathbf{e}_{fa} \in \mathcal{R}^p$ dan $\mathbf{e}_{fs} \in \mathcal{R}^q$ adalah *error* estimasi kesalahan aktuator dan sensor yang didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{fs} &= \mathbf{f}_s - \hat{\mathbf{f}}_s \\ \mathbf{e}_{fa} &= \mathbf{f}_a - \hat{\mathbf{f}}_a \end{aligned} \quad (3.28)$$

sehingga dengan menggunakan (3.25) dinamika *error* estimasi kesalahan sensor dapat dirumuskan sebagai (3.29).

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}_{fs} = \dot{\hat{\mathbf{f}}}_s - \mathbf{L}_{is}(p)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}_x \quad (3.29)$$

Setelah menggabungkan (3.27) dan (3.29) maka akan didapatkan sistem augmentasi

$$\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_s = (\tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{L}_s(p)\tilde{\mathbf{C}}_s)\tilde{\mathbf{e}}_s + \tilde{\mathbf{E}}_s\tilde{\mathbf{z}}_s \quad (3.30)$$

$$\text{dengan: } \tilde{\mathbf{A}}_s(p) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(p) & \bar{\mathbf{F}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \mathbf{L}_s(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ps}(p) \\ \mathbf{L}_{is}(p) \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{C}}_s = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_s = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}_x \\ \mathbf{e}_{fs} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{E}}_s = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{z}}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{fa} \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix}$$

3.3.1.2 Performa H_∞

Tujuan dari tahap ini adalah untuk membentuk aturan sedemikian rupa sehingga $\tilde{\mathbf{e}}_s$ mendekati nol dan masukan gangguan $\tilde{\mathbf{z}}_s$ dapat dilemahkan dibawah level pelemahan yang telah ditentukan (γ). Guna membentuk aturan ini, diberikan keluaran performa ($\tilde{\mathbf{e}}_{ps}$) yang didefinisikan sebagai (3.31).

$$\tilde{\mathbf{e}}_{ps} = \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s \quad (3.31)$$

dengan $\mathbf{C}_{ps} \in \mathcal{R}^{(n+m+q) \times (n+m+q)}$ adalah matriks performa. Maka objektif performa estimasi dapat dirumuskan sebagai (3.32).

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{e}}_{ps}\|_2}{\|\tilde{\mathbf{z}}_s\|_2} \leq \gamma_s \Leftrightarrow \frac{1}{\gamma_s} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s dt - \gamma_s \int_0^\infty \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s dt \leq 0 \quad (3.32)$$

3.3.1.3 Perumusan fungsi Lyapunov

PIO yang dirancang harus dapat menjamin stabilitas dari keseluruhan sistem lup tertutup. Guna menjamin objektif ini diberikan kandidat fungsi Lyapunov dari augmentasi sistem (3.30).

$$V(\tilde{\mathbf{e}}_s) = \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{e}}_s; \mathbf{P}_s > 0 \quad (3.33)$$

Guna memenuhi performa (3.32) dan stabilitas dari sistem (3.30) maka Pertidaksamaan (3.34) harus terpenuhi.

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{e}}_s) + \frac{1}{\gamma_s} \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s - \gamma_s \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s < 0 \quad (3.34)$$

Bukti: dengan mengintegalkan (3.34) maka akan didapatkan

$$V(\tilde{\mathbf{e}}_s(\infty)) - V(\tilde{\mathbf{e}}_s(0)) + \frac{1}{\gamma_s} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s dt - \gamma_s \int_0^\infty \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s dt \leq 0$$

Agar stabilitas sistem terjamin maka $V(\tilde{\mathbf{e}}_s(\infty)) \geq 0$. Dengan mengabaikan kondisi awal akan didapatkan

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma_s} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s dt - \gamma_s \int_0^\infty \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s dt &\leq V(\tilde{\mathbf{e}}_s(\infty)) \\ &+ \frac{1}{\gamma_s} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s dt - \gamma_s \int_0^\infty \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s dt \leq 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\frac{1}{\gamma_s} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps} \tilde{\mathbf{e}}_s dt - \gamma_s \int_0^\infty \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s dt \leq 0 \quad (3.36)$$

Oleh karena (3.36) adalah sama dengan (3.32) maka bukti sudah lengkap.

3.3.1.4 Perumusan LMI

Substitusikan (3.30) ke Pertidaksamaan (3.34), maka akan didapatkan

$$\begin{aligned} &\tilde{\mathbf{e}}_s^T (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{P}_s \mathbf{L}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s + (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{P}_s \mathbf{L}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s)^T \\ &+ \frac{1}{\gamma_s} \mathbf{C}_{ps}^T \mathbf{C}_{ps}) \tilde{\mathbf{e}}_s + \tilde{\mathbf{e}}_s^T \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{E}}_s \tilde{\mathbf{z}}_s + \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{E}}_s^T \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{e}}_s - \gamma_s \tilde{\mathbf{z}}_s^T \tilde{\mathbf{z}}_s < 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Melalui metode *Schur complement*, Pertidaksamaan (3.37) adalah ekuivalen dengan (3.38).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{P}_s \mathbf{L}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s + (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{P}_s \mathbf{L}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s)^T & \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{E}}_s & \mathbf{C}_{ps}^T \\ (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{E}}_s)^T & -\gamma_s \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{ps} & \mathbf{0} & -\gamma_s \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.38)$$

Pertidaksamaan (3.38) masih berbentuk bilinear. Agar dapat diselesaikan dengan metode LMI maka dilakukan penggantian variabel $\mathbf{G}_s(p) = \mathbf{P}_s \mathbf{L}_s(p)$ sehingga didapatkan LMI (3.39).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{G}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s + (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{G}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s)^T & \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{E}}_s & \mathbf{C}_{ps}^T \\ (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{E}}_s)^T & -\gamma_s \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{ps} & \mathbf{0} & -\gamma_s \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.39)$$

Berdasarkan uraian di atas, disusun Teorema 3.1 untuk menghitung gain PIO untuk estimasi kesalahan sensor.

Teorema 3.1: PIO untuk estimasi kesalahan sensor akan menjamin stabilitas keseluruhan sistem dan performa H_∞ terpenuhi dengan level pelemahan γ_s jika terdapat matriks simetris definit positif \mathbf{P}_s dan matriks \mathbf{G}_s yang memenuhi permasalahan minimisasi berikut

$$\begin{aligned} \min \gamma_s \text{ s.t:} \\ \mathbf{P}_s > 0, \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \mathbf{C}_{ps}^T \\ \boldsymbol{\Phi}_{12}^T & -\gamma_s \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{ps} & \mathbf{0} & -\gamma_s \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

dengan:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}_{11} &= \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{G}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s + (\mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{A}}_s(p) - \mathbf{G}_s(p) \tilde{\mathbf{C}}_s)^T, \\ \boldsymbol{\Phi}_{12} &= \mathbf{P}_s \tilde{\mathbf{E}}_s, \\ \mathbf{L}_s(p) &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ps}(p) \\ \mathbf{L}_{is}(p) \end{bmatrix} = \mathbf{P}_s^{-1} \mathbf{G}_s(p) \end{aligned}$$

3.3.2 Estimator Kesalahan Aktuator Berbasis PIO

PIO yang akan dirancang pada bagian ini harus memenuhi objektif sebagai berikut:

- Dapat mengestimasi kesalahan aktuator yang terjadi,
- Menjamin stabilitas sistem lup tertutup secara keseluruhan,
- Kokoh terhadap sinyal gangguan yang berupa *error* estimasi kesalahan sensor dan perubahan kesalahan aktuator

Sinyal masukan pada PIO ini adalah sinyal kontrol dan keluaran yang sudah terkompensasi dari kesalahan sensor. Oleh karena itu Persamaan *state* sistem akan berubah menjadi (3.40).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(p)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{f}_a \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{F}\mathbf{e}_{fs} \end{cases} \quad (3.40)$$

dengan $\mathbf{e}_{fs} \in \mathcal{R}^q$ adalah *error* estimasi kesalahan sensor.

3.3.2.1 Sistem Augmentasi

Dengan mengasumsikan bahwa sinyal $\dot{\mathbf{f}}_a$ adalah *bounded*, maka PIO untuk estimasi kesalahan aktuator dirumuskan sebagai (3.41).

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(p)\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{f}_a + \mathbf{L}_{ps}(p)(\mathbf{C}\mathbf{e}_x + \mathbf{F}\mathbf{e}_{fs}) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}_a = \mathbf{L}_{ia}(p)(\mathbf{C}\mathbf{e}_x + \mathbf{F}\mathbf{e}_{fs}) \\ \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (3.41)$$

dengan:

$$\mathbf{L}_{pa}(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{L}_{pa} \in \mathcal{R}^{n \times m} \text{ dan } \mathbf{L}_{ia}(p) = \sum_{i=1}^3 h_i(p)\mathbf{L}_{ia} \in \mathcal{R}^{p \times m}$$

adalah gain proporsional dan gain integral dari PIO yang akan didesain. Sedangkan \mathbf{e}_x adalah *error* estimasi *state* yang didefinisikan sebagai

$$\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \quad (3.42)$$

Dinamika *error* estimasi *state* didapatkan dengan menurunkan (3.42) sehingga didapatkan (3.43)

$$\dot{\mathbf{e}}_x = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}(p) - \mathbf{L}_{pa}(p)\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{E}\mathbf{e}_{fa} - \mathbf{L}_{pa}(p)\mathbf{F}\mathbf{e}_{fs} \quad (3.43)$$

dengan $\mathbf{e}_{fa} \in \mathcal{R}^p$ dan $\mathbf{e}_{fs} \in \mathcal{R}^q$ adalah *error* estimasi kesalahan aktuator dan sensor yang didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{fs} &= \mathbf{f}_s - \hat{\mathbf{f}}_s \\ \mathbf{e}_{fa} &= \mathbf{f}_a - \hat{\mathbf{f}}_a \end{aligned} \quad (3.44)$$

sehingga dengan menggunakan (3.44) dinamika *error* estimasi kesalahan aktuator dapat dirumuskan sebagai (3.45).

$$\dot{\mathbf{e}}_{fa} = \dot{\mathbf{f}}_a - \mathbf{L}_{ia}(p)\mathbf{C}\mathbf{e}_x - \mathbf{L}_{ia}(p)\mathbf{F}\mathbf{e}_{fs} \quad (3.45)$$

Setelah menggabungkan (3.43) dan (3.45) maka akan didapatkan sistem augmentasi

$$\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a = (\tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{L}_a(p)\tilde{\mathbf{C}}_a)\tilde{\mathbf{e}}_a + (\tilde{\mathbf{E}}_a - \mathbf{L}_a(p)\tilde{\mathbf{F}}_a)\tilde{\mathbf{z}}_a \quad (3.46)$$

dengan:

$$\tilde{\mathbf{A}}_a(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(p) & \mathbf{E} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \mathbf{L}_a(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{pa}(p) \\ \mathbf{L}_{ia}(p) \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}];$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_{fa} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{E}}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{F}}_a = [\mathbf{F} \quad \mathbf{0}]; \tilde{\mathbf{z}}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{fs} \\ \mathbf{f}_a \end{bmatrix}$$

3.3.2.2 Performa H_∞

Tujuan dari tahap ini adalah untuk membentuk aturan sedemikian rupa sehingga masukan gangguan $\tilde{\mathbf{z}}_a$ dapat dilemahkan dibawah level pelemahan yang telah ditentukan (γ_a). Guna membentuk aturan ini, diberikan keluaran performa yang didefinisikan sebagai

$$\tilde{\mathbf{e}}_{pa} = \mathbf{C}_{pa} \tilde{\mathbf{e}}_a \quad (3.47)$$

Dengan $\mathbf{C}_{pa} \in \mathcal{R}^{(n+p) \times (n+p)}$ adalah matriks performa. Maka objektif performa dapat dirumuskan sebagai (3.32).

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{e}}_{pa}\|_2}{\|\tilde{\mathbf{z}}_a\|_2} \leq \gamma_s \Leftrightarrow \frac{1}{\gamma_a} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{e}}_a^T \mathbf{C}_{pa}^T \mathbf{C}_{pa} \tilde{\mathbf{e}}_a dt - \gamma_a \int_0^\infty \tilde{\mathbf{z}}_a^T \tilde{\mathbf{z}}_a dt \leq 0 \quad (3.48)$$

3.3.2.3 Perumusan fungsi Lyapunov

PIO yang dirancang harus dapat menjamin stabilitas dari keseluruhan sistem lup tertutup. Guna menjamin objektif ini diberikan kandidat fungsi Lyapunov dari augmentasi sistem (3.46).

$$V(\tilde{\mathbf{e}}_a) = \tilde{\mathbf{e}}_a^T \mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{e}}_a, \text{ dengan } \mathbf{P}_a > 0 \quad (3.49)$$

Untuk memenuhi performa (3.48) dan stabilitas dari sistem (3.46) maka Pertidaksamaan (3.50) harus terpenuhi

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{e}}_a) + \frac{1}{\gamma_a} \tilde{\mathbf{e}}_a^T \mathbf{C}_{pa}^T \mathbf{C}_{pa} \tilde{\mathbf{e}}_a - \gamma_a \tilde{\mathbf{z}}_a^T \tilde{\mathbf{z}}_a < 0 \quad (3.50)$$

Bukti: sama dengan pembuktian pada perancangan PIO untuk kesalahan sensor (lihat 3.3.1.3).

3.3.2.4 Perumusan LMI

Substitusikan (3.46) ke (3.49) kemudian ke Pertidaksamaan (3.50), maka akan didapatkan (3.51).

$$\begin{aligned}
& \tilde{\mathbf{e}}_a^T (\mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{P}_a \mathbf{L}_a(p) \tilde{\mathbf{C}}_a + (\mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{P}_a \mathbf{L}_a(p) \tilde{\mathbf{C}}_a)^T \\
& + \frac{1}{\gamma_a} \mathbf{C}_{pa}^T \mathbf{C}_{pa} \tilde{\mathbf{e}}_a + \tilde{\mathbf{e}}_a^T \mathbf{P}_a (\tilde{\mathbf{E}}_a - \mathbf{L}_a(p) \tilde{\mathbf{F}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_a \\
& + \tilde{\mathbf{z}}_a^T (\tilde{\mathbf{E}}_a - \mathbf{L}_a(p) \tilde{\mathbf{F}}_a)^T \mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{e}}_a - \gamma_a \tilde{\mathbf{z}}_a^T \tilde{\mathbf{z}}_a < 0
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Melalui metode *Schur complement* dan penggantian variabel $\mathbf{G}_a(p) = \mathbf{P}_a \mathbf{L}_a(p)$ Pertidaksamaan (3.51) adalah ekuivalen dengan LMI (3.52).

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \mathbf{C}_{pa}^T \\ \boldsymbol{\Phi}_{12}^T & -\gamma_a \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{pa} & \mathbf{0} & -\gamma_a \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{3.52}$$

dengan:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Phi}_{11} &= \mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{G}_a(p) \tilde{\mathbf{C}}_a + (\mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{G}_a(p) \tilde{\mathbf{C}}_a)^T \\
\boldsymbol{\Phi}_{12} &= \mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{E}}_a - \mathbf{G}_a(p) \tilde{\mathbf{F}}_a
\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, dapat disusun Teorema 3.2 untuk menghitung gain PIO yang dapat mengestimasi kesalahan aktuator.

Teorema 3.2: PIO untuk estimasi kesalahan sensor akan menjamin stabilitas keseluruhan sistem dan performa H_∞ terpenuhi dengan level pelemahan γ_a jika terdapat matriks simetris definit positif \mathbf{P}_a dan matriks \mathbf{G}_a yang memenuhi permasalahan minimisasi berikut:

$$\min \gamma_a \text{ s.t:}$$

$$\mathbf{P}_a > 0,$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \mathbf{C}_{pa}^T \\ \boldsymbol{\Phi}_{12}^T & -\gamma_a \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{pa} & \mathbf{0} & -\gamma_a \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0,$$

dengan:

$$\boldsymbol{\Phi}_{11} = \mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{G}_a(p) \tilde{\mathbf{C}}_a + (\mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{A}}_a(p) - \mathbf{G}_a(p) \tilde{\mathbf{C}}_a)^T$$

$$\begin{aligned}\phi_{12} &= \mathbf{P}_a \tilde{\mathbf{E}}_a - \mathbf{G}_a(p) \tilde{\mathbf{F}}_a \\ \mathbf{L}_a(p) &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{pa}(p) \\ \mathbf{L}_{ia}(p) \end{bmatrix} = \mathbf{P}_a^{-1} \mathbf{G}_a(p)\end{aligned}$$

3.4 Perancangan DOFC

Objektif pada bagaian ini adalah untuk mendesain Takagi-Sugeno *dynamic output feedback controller* (DOFC) sebagai kontroler nominal yang mampu menjamin stabilitas keseluruhan sistem lup tertutup dan memaksa keluaran *winding machine* (tegangan dan kecepatan linear material) mengikuti sinyal referensi yang diberikan (berupa sinyal step). Selain itu DOFC yang dirancang juga harus kokoh terhadap *error* estimasi kesalahan pada sensor dan aktuator. Hal ini diperlukan karena adanya kemungkinan hasil estimasi PIO yang tidak sempurna. Berikut akan dijelaskan langkah-langkah perancangan DOFC.

3.4.1 Pembentukan Sistem Augmentasi

Sinyal umpan balik yang diberikan pada DOFC adalah keluaran sistem yang telah terkompensasi dari kesalahan sensor. Persamaan *state* sistem diberikan pada (3.40). Permasalahan kontrol pada bagian ini adalah sistem servo tipe 1.

Langkah pertama yang dilakukan dalam perancangan DOFC adalah membentuk augmentasi antara (3.40) dengan sinyal *error* yang didefinisikan pada (3.53). Hasil dari proses augmentasi ini adalah (3.54).

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{y}_r(t) - \mathbf{y}(t) \quad (3.53)$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}(p)\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{f}_a + \mathbf{R}\mathbf{y}_r + \mathbf{F}_{in}\mathbf{e}_{fs} \\ \bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{F}}\mathbf{e}_{fs} \end{cases} \quad (3.54)$$

dengan:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}}(p) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(p) \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_{in} = \begin{bmatrix} -\mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

dan $\mathbf{y}_r(t) \in \mathcal{R}^m$ adalah sinyal referensi yang diberikan.

Struktur DOFC yang digunakan adalah hasil modifikasi (2.57) dengan penambahan kompensasi kesalahan aktuator pada sinyal kontrol. Struktur ini dirumuskan pada (3.55) dan (3.56).

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{A}_c(p)\mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c(p)(\mathbf{S}_r\mathbf{y}_r - \bar{\mathbf{y}}) \quad (3.55)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}_c(p)\mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c(p)(\mathbf{S}_r\mathbf{y}_r - \bar{\mathbf{y}}) - \mathbf{G}\hat{\mathbf{f}}_a \quad (3.56)$$

dengan $\mathbf{x}_c \in \mathcal{R}^{n+m}$ dan $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^r$ adalah *state* kontroler dan sinyal kontrol yang dihasilkan, \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c , \mathbf{C}_c , \mathbf{D}_c adalah gain kontroler dengan dimensi menyesuaikan, serta $\mathbf{S}_r \in \mathcal{R}^{(n+m) \times m}$ untuk menyesuaikan dimensi \mathbf{y}_r dan $\bar{\mathbf{y}}$. Sementara itu $\mathbf{G} = \bar{\mathbf{B}}^+ \bar{\mathbf{E}}$ diberikan untuk mengompensasi kesalahan aktuator ($\hat{\mathbf{f}}_a$), dengan $\bar{\mathbf{B}}^+$ adalah *pseudo invers* dari $\bar{\mathbf{B}}$. Operasi $\mathbf{G}\hat{\mathbf{f}}_a$ dilakukan agar dimensinya bersesuaian dengan \mathbf{u} .

Substitusikan (3.56) ke (3.54), setelah itu augmentasikan dengan (3.55). Maka akan didapatkan sistem lup tertutup (3.57) yang nantinya digunakan dalam analisis stabilitas Lyapunov dan performa H_∞ .

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a(p)\mathbf{x}_a + \mathbf{E}_a(p)\tilde{\mathbf{d}} \\ \mathbf{y}_a = \mathbf{C}_a\mathbf{x}_a + \mathbf{D}_a\tilde{\mathbf{d}} \end{cases} \quad (3.57)$$

dengan:

$$\mathbf{A}_a(p) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(p) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{D}_c(p)\bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}_c(p) \\ \mathbf{B}_c(p)\bar{\mathbf{C}} & \mathbf{A}_c(p) \end{bmatrix}; \mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{fa} \\ \mathbf{e}_{fs} \\ \mathbf{y}_r \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{E}_a(p) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}} & \mathbf{F}_{in} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{D}_c(p)\bar{\mathbf{F}} & \mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_c(p)\bar{\mathbf{F}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \mathbf{D}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{F}} \end{bmatrix}; \mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

3.4.2 Performa H_∞

Tujuan dari tahap ini adalah untuk membentuk aturan sedemikian rupa sehingga masukan gangguan ($\tilde{\mathbf{d}}$) dapat dilemahkan dibawah level pelemahan yang telah ditentukan (γ_c). Guna membentuk aturan ini, diberikan keluaran performa yang didefinisikan sebagai (3.58).

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{S}_r\mathbf{y}_r - \bar{\mathbf{y}} \quad (3.58)$$

Selanjutnya dilakukan operasi berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_p^T \mathbf{y}_p &= (\mathbf{S}_r \mathbf{y}_r - \bar{\mathbf{y}})^T (\mathbf{S}_r \mathbf{y}_r - \bar{\mathbf{y}}) \\ \mathbf{y}_p^T \mathbf{y}_p &= \mathbf{y}_p^T \mathbf{S}_r^T \mathbf{S}_r \mathbf{y}_p - \bar{\mathbf{y}}^T \mathbf{S}_r \mathbf{y}_r - \mathbf{y}_r^T \mathbf{S}_r^T \bar{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

dengan memberikan $\mathbf{C}_p = [\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{S}_r]$ maka

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_p^T \mathbf{y}_p &= \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{C}_p^T \mathbf{C}_p \tilde{\mathbf{d}} - \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{C}_p^T \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a \\ &\quad - \mathbf{x}_a^T \mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_p \tilde{\mathbf{d}} + \mathbf{x}_a^T \mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a\end{aligned}\tag{3.59}$$

Objektif performa H_∞ dirumuskan sebagai (3.60).

$$\frac{\|\mathbf{y}_p\|_2}{\|\tilde{\mathbf{d}}\|_2} \leq \gamma_c \Leftrightarrow \frac{1}{\gamma_c} \int_0^\infty \mathbf{y}_p^T \mathbf{y}_p dt - \gamma_c \int_0^\infty \tilde{\mathbf{d}}^T \tilde{\mathbf{d}} dt \leq 0\tag{3.60}$$

3.4.3 Perumusan Fungsi Lyapunov

DOFC yang dirancang harus menjamin stabilitas dari keseluruhan sistem lup tertutup. Guna menjamin stabilitas sistem augmentasi (3.57) diberikan kandidat fungsi Lyapunov (3.61) dan turunan pertamanya pada (3.62).

$$V(\mathbf{x}_a) = \mathbf{x}_a^T \mathbf{P} \mathbf{x}_a, \text{ dengan } \mathbf{P} > 0\tag{3.61}$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}_a) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a^T & \tilde{\mathbf{d}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a(p) & \mathbf{P} \mathbf{E}_a(p) \\ \mathbf{E}_a(p)^T \mathbf{P} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \tilde{\mathbf{d}} \end{bmatrix} < 0\tag{3.62}$$

Untuk memenuhi performa (3.60) dan stabilitas dari sistem (3.57) maka Pertidaksamaan (3.63) harus terpenuhi.

$$\dot{V}(\mathbf{x}_a) + \frac{1}{\gamma_c} \mathbf{y}_p^T \mathbf{y}_p - \gamma_c \tilde{\mathbf{d}}^T \tilde{\mathbf{d}} < 0\tag{3.63}$$

Bukti: sama dengan pembuktian pada perancangan PIO untuk kesalahan sensor (lihat 3.3.1.3).

3.4.4 Pembentukan LMI

Dengan melakukan substitusi (3.59) dan (3.62) ke (3.63) maka akan didapatkan (3.64).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a(p) + \frac{1}{\gamma_c} \mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_a & \mathbf{P} \mathbf{E}_a(p) + \frac{1}{\gamma_c} \mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_p \\ \mathbf{E}_a(p)^T \mathbf{P} + \frac{1}{\gamma_c} \mathbf{C}_p^T \mathbf{C}_a & -\gamma_c \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.64)$$

Pertidaksamaan (3.64) juga dapat dirumuskan sebagai (3.65).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a(p) & \mathbf{P} \mathbf{E}_a(p) \\ \mathbf{E}_a(p)^T \mathbf{P} & -\gamma_c \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a^T \\ \mathbf{C}_p^T \end{bmatrix} \frac{1}{\gamma_c} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} < 0 \quad (3.65)$$

Dengan menerapkan *Schur complement* pada (3.65) dengan mudah akan didapatkan (3.66).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a(p) & \mathbf{P} \mathbf{E}_a(p) & \mathbf{C}_a^T \\ \mathbf{E}_a(p)^T \mathbf{P} & -\gamma_c \mathbf{I} & \mathbf{C}_p^T \\ \mathbf{C}_a & \mathbf{C}_p & -\gamma_c \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.66)$$

Pertidaksamaan (3.66) adalah bilinear sehingga perlu dilakukan modifikasi agar dapat diselesaikan dengan metode LMI. Langkah pertama adalah mendefinisikan matriks simetris definit positif \mathbf{P} dan inversnya seperti pada (3.67).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^T & \mathbf{Y} \end{bmatrix}; \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M}^T & \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Oleh karena $\mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{I}$ maka:

$$\mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{M}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}^T \end{bmatrix}$$

Dengan memisalkan bahwa

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}^T \end{bmatrix}$$

maka $\mathbf{P} \mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_2$.

Langkah kedua adalah melakukan *pre-multiplying* dan *post-multiplying* pada (3.66) dengan $\text{diag}(\mathbf{G}_1^T, \mathbf{I}, \mathbf{I})$ dan $\text{diag}(\mathbf{G}_1, \mathbf{I}, \mathbf{I})$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a(p) & \mathbf{P} \mathbf{E}_a(p) & \mathbf{C}_a^T \\ \mathbf{E}_a(p)^T \mathbf{P} & -\gamma_c \mathbf{I} & \mathbf{C}_p^T \\ \mathbf{C}_a & \mathbf{C}_p & \gamma_c \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.68)$$

Langkah terakhir adalah melakukan substitusi (3.69) ke Pertidaksamaan (3.68), maka akan didapatkan LMI (3.70).

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}(p) &= \mathbf{Y}(\bar{\mathbf{A}}(p) - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{D}_c(p)\bar{\mathbf{C}})\mathbf{X} + \mathbf{Y}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}_c(p)\mathbf{M}^T \\ &\quad - \mathbf{N}\mathbf{B}_c(p)\bar{\mathbf{C}}\mathbf{X} - \mathbf{N}\mathbf{A}_c(p)\mathbf{M}^T \\ \hat{\mathbf{B}}(p) &= -\mathbf{N}\mathbf{B}_c(p) - \mathbf{Y}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{D}_c(p) \\ \hat{\mathbf{C}}(p) &= \mathbf{C}_c(p)\mathbf{M}^T - \mathbf{D}_c(p)\bar{\mathbf{C}}\mathbf{X} \\ \hat{\mathbf{D}}(p) &= \mathbf{D}_c(p) \end{aligned} \quad (3.69)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \bar{\mathbf{E}} & \Psi_{14} & \Psi_{15} & -\mathbf{X}\bar{\mathbf{C}} \\ * & \Psi_{22} & \mathbf{Y}\bar{\mathbf{E}} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & \bar{\mathbf{C}} \\ * & * & -\gamma_c \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma_c \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\gamma_c \mathbf{I} & \mathbf{S}_r^T \\ * & * & * & * & * & -\gamma_c \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.70)$$

dengan:

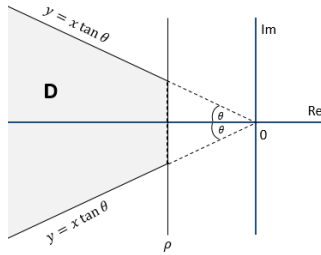
$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= \bar{\mathbf{A}}(p)\mathbf{X} + (\bar{\mathbf{A}}(p)\mathbf{X})^T + \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}(p) + (\bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}(p))^T \\ \Psi_{12} &= \hat{\mathbf{A}}(p)^T + \bar{\mathbf{A}}(p) - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{C}} \\ \Psi_{14} &= \mathbf{F}_{in} - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{F}} \\ \Psi_{15} &= \mathbf{R} + \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\mathbf{S}_r \\ \Psi_{22} &= \mathbf{Y}\bar{\mathbf{A}}(p) + (\mathbf{Y}\bar{\mathbf{A}}(p))^T - \hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{C}} - (\hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{C}})^T \\ \Psi_{24} &= \mathbf{Y}\mathbf{F}_{in} + \hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{F}} \end{aligned}$$

$$\Psi_{25} = \mathbf{YR} - \hat{\mathbf{B}}(p)\mathbf{S}_r$$

3.4.5 Peletakan *Pole* di LMI Region

Selain menjamin stabilitas sistem lup tertutup, DOFC hasil desain juga harus memberikan karakteristik respon sesuai dengan yang dikehendaki. Oleh karena itu pada proses desain dilakukan peletakan *pole* kontroler pada wilayah $\mathbf{D}(\rho, \theta)$ sesuai dengan Gambar 3.3. Pemilihan ρ menentukan *rise time* respon keluaran sistem lup tertutup. Sedangkan θ akan menentukan *damping ratio* sistem lup tertutup.

Peletakan *pole* pada LMI region dapat dilakukan dengan memenuhi Pertidaksamaan (2.74) dan (2.75), dengan mendefinisikan $\mathbf{z} = \mathbf{P}\mathbf{A}_a(p)$ maka didapatkan (3.71).



Gambar 3.3 Lokasi *Pole* Kontroler pada Bidang \mathbf{D}

$$\begin{cases} \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_a(p) + 2\rho \mathbf{P} < 0 \\ \begin{bmatrix} \sin \theta (\mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_a(p)) & \cos \theta (\mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{A}_a(p)) \\ \cos \theta (\mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{A}_a(p)) & \sin \theta (\mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_a(p)) \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (3.71)$$

Dengan melakukan *pre-multiplying* dan *post-multiplying* Pertidaksamaan pertama pada (3.71) dengan \mathbf{G}_1^T , Pertidaksamaan kedua pada (3.71) dengan $[\mathbf{G}_1^T \ \mathbf{G}_1^T]$ dan transposenya maka akan didapatkan

$$\begin{cases} \mathbf{G}_1^T \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{A}_a(p) \mathbf{G}_1 + 2\rho \mathbf{G}_1^T \mathbf{G}_2 < 0 \\ \begin{bmatrix} \sin \theta (\mathbf{Z}+) & \cos \theta (\mathbf{Z}-) \\ \cos \theta (\mathbf{Z}-) & \sin \theta (\mathbf{Z}+) \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (3.72)$$

dengan:

$$\mathbb{Z}- = \mathbf{G}_1^T \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{G}_2 - \mathbf{G}_2^T \mathbf{A}_a(p) \mathbf{G}_1$$

$$\mathbb{Z}+ = \mathbf{G}_1^T \mathbf{A}_a(p)^T \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{A}_a(p) \mathbf{G}_1$$

Selanjutnya adalah dilakukan penggantian variabel sesuai dengan (3.69) dan persamaan $\mathbf{M}\mathbf{N}^T = \mathbf{I} - \mathbf{X}\mathbf{Y}$ dan akan didapatkan LMI (3.73) untuk peletakan *pole* kontroler pada $\mathbf{D}(\rho, \theta)$.

$$\begin{cases} \mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T + 2\rho\mathbf{X} < 0 \\ \begin{bmatrix} \sin \theta(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T) & \cos \theta(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T) \\ \cos \theta(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T) & \sin \theta(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T) \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (3.73)$$

dengan:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(p)\mathbf{X} + \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}(p) & \bar{\mathbf{A}}(p) - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{A}}(p) & \mathbf{Y}\bar{\mathbf{A}}(p) + \hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix}$$

Berdasarkan uraian pada subbab ini, dapat disusun Teorema 3 untuk menghitung gain DOFC dengan performa yang dikehendaki.

Teorema 3.3: jika *eigenvalues* dari sistem (3.57) diletakkan pada bidang kompleks negatif $\mathbf{D}(\rho, \theta)$ maka sistem lup tertutup akan stabil. Sistem lup tertutup akan menghasilkan keluaran sesuai referensi dan juga memenuhi performa H_∞ dengan tingkat pelemahan γ_c jika terdapat matriks simetris definit positif \mathbf{X} , \mathbf{Y} dan juga $\mathbf{A}_c(p)$, $\mathbf{B}_c(p)$, $\mathbf{C}_c(p)$, $\mathbf{D}_c(p)$ serta ρ, θ yang memenuhi batasan LMI berikut:

min γ_c s.t:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \bar{\mathbf{E}} & \Psi_{14} & \Psi_{15} & -\mathbf{X}\bar{\mathbf{C}} \\ * & \Psi_{22} & \mathbf{Y}\bar{\mathbf{E}} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & \bar{\mathbf{C}} \\ * & * & -\gamma_c \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_c \mathbf{I} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma_c \mathbf{I} & \mathbf{S}_r^T \\ * & * & * & * & * & -\gamma_c \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0$$

$$\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T + 2\rho\mathbf{X} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T) & \cos \theta(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T) \\ \cos \theta(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T) & \sin \theta(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T) \end{bmatrix} < 0$$

dengan:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(p)\mathbf{X} + \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}(p) & \bar{\mathbf{A}}(p) - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{A}}(p) & \mathbf{Y}\bar{\mathbf{A}}(p) + \hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \\ \Psi_{11} &= \bar{\mathbf{A}}(p)\mathbf{X} + (\bar{\mathbf{A}}(p)\mathbf{X})^T + \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}(p) + (\bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}(p))^T \\ \Psi_{12} &= \hat{\mathbf{A}}(p)^T + \bar{\mathbf{A}}(p) - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{C}} \\ \Psi_{14} &= \mathbf{F}_{in} - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{F}} \\ \Psi_{15} &= \mathbf{R} + \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\mathbf{S}_r \\ \Psi_{22} &= \mathbf{Y}\bar{\mathbf{A}}(p) + (\mathbf{Y}\bar{\mathbf{A}}(p))^T - \hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{C}} - (\hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{C}})^T \\ \Psi_{24} &= \mathbf{Y}\mathbf{F}_{in} + \hat{\mathbf{B}}(p)\bar{\mathbf{F}} \\ \Psi_{25} &= \mathbf{Y}\mathbf{R} - \hat{\mathbf{B}}(p)\mathbf{S}_r \end{aligned}$$

Gain DOFC dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_c(p) &= \hat{\mathbf{D}}(p) \\ \mathbf{C}_c(p) &= (\hat{\mathbf{C}}(p) + \mathbf{D}_c(p)\bar{\mathbf{C}}\mathbf{X})\mathbf{M}^{-T} \\ \mathbf{B}_c(p) &= \mathbf{N}^{-1}(-\hat{\mathbf{B}}(p) - \mathbf{Y}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{D}_c(p)) \\ \mathbf{A}_c(p) &= \mathbf{N}^{-1}[\hat{\mathbf{A}}(p) - \mathbf{Y}(\bar{\mathbf{A}}(p) - \bar{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{D}}(p)\bar{\mathbf{C}})\mathbf{X} - \mathbf{Y}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}_c(p)\mathbf{M}^T \\ &\quad + \mathbf{N}\mathbf{B}_c(p)\bar{\mathbf{C}}\mathbf{X}]\mathbf{M}^{-T} \end{aligned}$$

dengan \mathbf{M} dan \mathbf{N} harus memenuhi $\mathbf{M}\mathbf{N}^T = \mathbf{I} - \mathbf{X}\mathbf{Y}$.

3.5 Hasil Perancangan

Pada subbab ini akan disajikan hasil perhitungan gain PIO dan DOFC menggunakan bantuan LMI *toolbox* Matlab 7.9. *Script* untuk menyelesaikan permasalahan disajikan pada bagian lampiran Tugas Akhir ini.

3.5.1 Gain PIO Kesalahan Sensor

Pada bagian ini dipilih level pelemahan $\gamma_s = 0.5$ untuk semua aturan *fuzzy* T-S. Dengan menyelesaikan Teorema 3.1 maka didapatkan hasil berikut:

$$\mathbf{L}_{ps1} = \begin{bmatrix} 13,718 & -0,371 & -0,079 \\ -0,047 & 4,589 & -0,228 \\ -13,46 & 0,055 & 0,996 \\ -0,154 & -0,84 & -0,0708 \\ 0,108 & 0,872 & 0,051 \\ 2,505 & 0,0004 & 0,221 \\ 0,137 & 0,677 & -0,284 \\ -0,446 & 0,307 & 7,982 \end{bmatrix}; \mathbf{L}_{is1} = [-37,64 \quad 20,04 \quad 388,56]$$

$$\mathbf{L}_{ps2} = \begin{bmatrix} 12,929 & -0,631 & -0,409 \\ -1,824 & 5,473 & 0,165 \\ -8,728 & -0,514 & -0,137 \\ 0,004 & -0,933 & 0,247 \\ -0,064 & 0,56 & -0,197 \\ 2,259 & -0,168 & -0,162 \\ -0,52 & 1,062 & -0,064 \\ 0,138 & -0,137 & 5,23 \end{bmatrix}; \mathbf{L}_{is2} = [6,42 \quad -4,77 \quad 154,06]$$

$$\mathbf{L}_{ps3} = \begin{bmatrix} 10,426 & -2,107 & -0,22 \\ -3,784 & 7,873 & -0,132 \\ -5,334 & -0,306 & -0,034 \\ 0,107 & -1,147 & 0,356 \\ -0,097 & 0,601 & -0,234 \\ 2,128 & -0,307 & -0,082 \\ -0,8 & 1,542 & -0,127 \\ 0,007 & 0,02 & 4,912 \end{bmatrix}; \mathbf{L}_{is3} = [-1,32 \quad 2,52 \quad 129,53]$$

3.5.2 Gain PIO Kesalahan Aktuator

Pada bagian ini dipilih level pelemahan $\gamma_a = 0.5$ untuk semua aturan *fuzzy* T-S. Dengan menyelesaikan Teorema 3.2 maka didapatkan hasil berikut:

$$\mathbf{L}_{pa1} = \begin{bmatrix} 19,155 & 2,221 & -0,02 \cdot 10^{-3} \\ 0,395 & 1,073 & -0,02 \cdot 10^{-4} \\ -123,51 & -14,63 & 0,15 \cdot 10^{-3} \\ -1,72 & -1,587 & 0,01 \cdot 10^{-3} \\ 1,528 & 1,434 & 0,05 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}; \mathbf{L}_{ia1} = 10^3 * [4,58 \quad 0,53 \quad 0]$$

$$\mathbf{L}_{pa2} = \begin{bmatrix} 8,966 & 0,463 & 0,01*10^{-4} \\ 0,009 & 1,344 & -0,002*10^{-4} \\ -65,24 & -4,303 & -0,11*10^{-4} \\ 0,114 & -1,503 & 0,02*10^{-4} \\ -0,092 & 1,057 & 0,01*10^{-4} \end{bmatrix}; \mathbf{L}_{ia2} = 10^3 * [2,69 \quad 0,14 \quad 0]$$

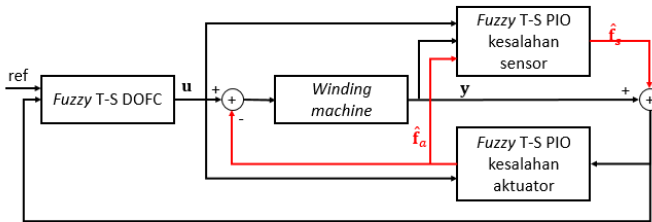
$$\mathbf{L}_{pa3} = \begin{bmatrix} 15,323 & 1,072 & 0,1*10^{-4} \\ 2,32 & 1,96 & -0,04*10^{-4} \\ -102,51 & -9,675 & 0,88*10^{-4} \\ -2,079 & -1,839 & 0,2*10^{-4} \\ 1,038 & 1,02 & 0,03*10^{-4} \end{bmatrix}; \mathbf{L}_{ia3} = 10^3 * [3,75 \quad 0,31 \quad 0]$$

3.5.3 Matriks DOFC

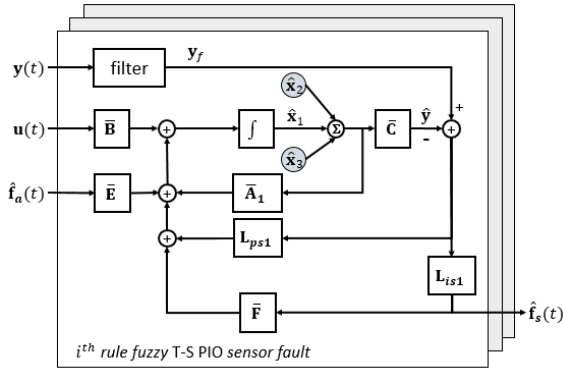
Pada bagian ini dipilih level pelemahan $\gamma_c = 4$ untuk semua aturan *fuzzy* T-S. Sedangkan lokasi *pole* di kiri $\rho = 0$, dan pada *conic sector* dengan parameter $\theta_1 = \pi/4$; $\theta_2 = \pi/4$; dan $\theta_3 = \pi/3,3$. Dengan menyelesaikan Teorema 3.3 maka didapatkan gain kontroler yang disajikan pada bagian lampiran Tugas Akhir ini.

3.6 Diagram Blok dan Diagram Simulasi pada Simulink

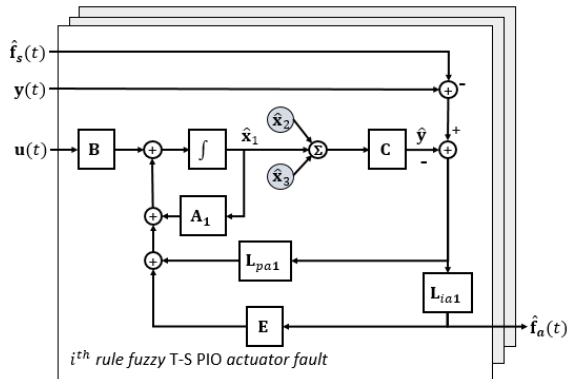
Pada subbab ini akan disajikan diagram blok dari hasil perancangan FTC berbasis DOFC yang telah dilakukan. Diagram blok dari keseluruhan disajikan pada Gambar 3.4. Sedangkan masing-masing subsistem disajikan pada Gambar 3.5, Gambar 3.6, dan Gambar 3.7. Jika dilihat pada gambar tersebut, diagram blok dibuat dalam bentuk layer. Layer ini merepresentasikan model *fuzzy* Takagi-Sugeno, dengan jumlah layer menunjukkan jumlah aturan *fuzzy* yang digunakan. Diagram simulink untuk simulasi disajikan pada bagian lampiran Tugas Akhir ini.



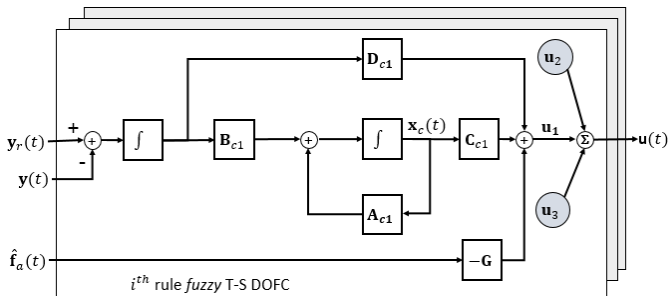
Gambar 3.4 Struktur FTC pada *Winding Machine*



Gambar 3.5 Diagram Blok *Fuzzy* T-S PIO untuk Estimasi Kesalahan Sensor



Gambar 3.6 Diagram Blok *Fuzzy* T-S PIO untuk Estimasi Kesalahan Aktuator



Gambar 3.7 Diagram Blok *Fuzzy* T-S DOFC

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

BAB 4

PENGUJIAN DAN ANALISIS

Bab ini akan membahas mengenai pengujian simulasi hasil perancangan FTC untuk pengendalian *winding machine* yang telah dilakukan pada Bab 3. Pengujian yang akan dilakukan adalah pengujian kontrol nominal (DOFC), pengujian estimator kesalahan (PIO), dan pengujian rancangan FTC secara keseluruhan. Skenario kesalahan yang akan diberikan sesuai dengan Tabel 2.1 dan Tabel 2.2. Hasil dari pengujian ini berupa waktu *settling*, *overshoot/undershoot*, *error* kondisi tunak, IAE (*integral absolute error*), serta L_2 -gain dari respon keluaran dan estimasi. Selain itu juga akan diberikan perbandingan respon sistem dengan penerapan FTC dan tanpa FTC. Simulasi dilakukan menggunakan Simulink/Matlab 7.9.0.

4.1 Pengujian Simulasi DOFC pada Kondisi Nominal

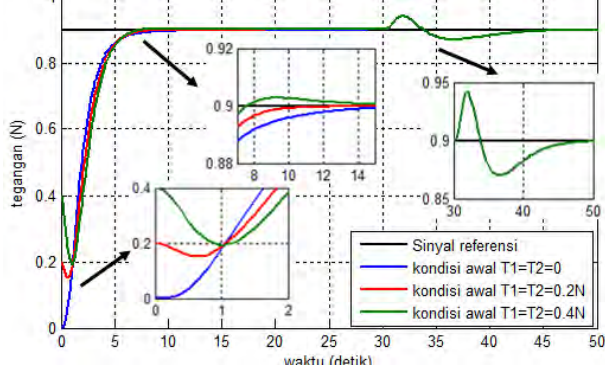
Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui respon sistem lup tertutup dengan penambahan DOFC. Pengujian dilakukan saat kesalahan tidak terjadi. Berdasarkan objektif perancangan pada Bab 3, DOFC harus mampu memaksa keluaran sistem mengikuti sinyal referensi yang diberikan. Dalam hal ini sinyal referensi yang diberikan berupa sinyal step dengan *magnitude* yang bervariasi. DOFC juga harus menjamin stabilitas sistem lup tertutup. Ketercapaian dari objektif ini dapat dilihat pada letak *pole*-nya, yaitu harus berada pada bidang kiri sumbu imajiner. Hasil perhitungan *pole* ini dapat dilihat di bagian lampiran, yang mana memiliki bagian real yang berada pada bidang kiri sumbu imajiner.

Dalam penerapan *winding machine*, tegangan material akan diatur konstan pada nilai tertentu. Sedangkan kecepatan linear material akan diatur bervariasi sesuai kebutuhan produksi, berkaitan dengan waktu produksi. Oleh karena itu pada pengujian ini diberikan sinyal referensi seperti pada (4.1).

$$\begin{aligned}
 y_{1_ref} &= \begin{cases} 0,9N, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}; \quad y_{2_ref} = \begin{cases} 0,8N, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \\
 y_{3_ref} &= \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5 \text{ m/detik}, & 0 \leq t < 30 \text{ detik} \\ 1 \text{ m/detik}, & 30 \text{ detik} \leq t < 60 \text{ detik} \\ 1,5 \text{ m/detik}, & t \geq 60 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

dengan y_1 dan y_2 adalah tegangan 1 (T_1) dan tegangan 2 (T_2) material. Sedangkan y_3 adalah kecepatan permukaan material (v_1). Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 3.2. Dalam pengujian juga akan diberikan kondisi awal yang bervariasi. Kondisi awal diberikan pada tegangan material ($T_1 = T_2 = 0,2N$ dan $T_1 = T_2 = 0,4N$).

Respon keluaran y_1 pada beberapa kondisi awal dapat dilihat pada Gambar 4.1. Sedangkan karakteristik respon sistem disajikan dalam Tabel 4.1. Berdasarkan hasil simulasi dapat diketahui respon sistem memiliki *overshoot* dan *undershoot* sekitar 4,87% dan 3,34%, yang mana nilainya sesuai dengan aturan maksimum *overshoot* $\pm 15\%$. Keberadaan *overshoot* ini dikarenakan terjadi penggantian referensi pada keluaran yang lainnya (y_3). *Error* kondisi tunaknya sangat kecil, yaitu berosilasi dengan amplitudo $\pm 0,01\%$ untuk semua kondisi awal.



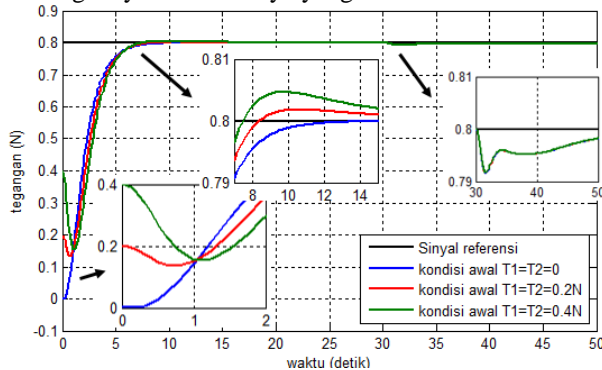
Gambar 4.1 Respon y_1 untuk Beberapa Kondisi Awal

Tabel 4.1 Karakteristik Respon y_1 untuk Beberapa Kondisi Awal

Karakteristik	$T_1 = T_2 = 0$	$T_1 = T_2 = 0,2N$	$T_1 = T_2 = 0,4N$
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	4,73 detik	4,88 detik	5 detik
<i>Overshoot</i>	4,71%	4,71%	4,71%
<i>Undershoot</i>	3,34%	3,34%	3,33%
<i>Error</i> kondisi tunak	$\pm 0,01\%$	$\pm 0,01\%$	$\pm 0,01\%$
IAE	2,384	2,388	2,394

Respon y_2 pada kondisi nominal untuk beberapa kondisi awal dapat dilihta pada Gambar 4.2. Karakteristik respon y_2 , sesuai dengan Tabel 4.2 adalah hampir sama dengan karakteristik y_1 . Semakin besar simpangan kondisi awal maka semakin lambat waktu *settling*. Sedangkan *overshoot*

dan *undershoot* relatif sama dan memenuhi aturan maksimum *overshoot* 15%, yaitu sekitar 1,84%. Nilai ini lebih kecil daripada *overshoot* pada y_1 karena memang sinyal referensinya yang diberikan lebih kecil.



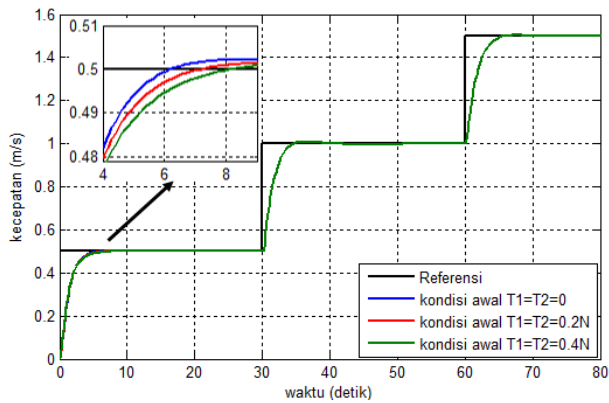
Gambar 4.2 Respon y_2 untuk Beberapa Kondisi Awal

Tabel 4.2 Karakteristik y_2 untuk Beberapa Kondisi Awal

Karakteristik	$T_1 = T_2 = 0$	$T_1 = T_2 = 0,2N$	$T_1 = T_2 = 0,4N$
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	5,14 detik	5,26 detik	5,37 detik
<i>Overshoot</i>	1,84%	1,84%	1,84%
<i>Undershoot</i>	1,04%	1,04%	1,03%
Error kondisi tunak	$\pm 0,01\%$	$\pm 0,01\%$	$\pm 0,01\%$
IAE	1,992	2,012	2,038

Pada Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa keluaran y_3 sudah dapat mengikuti sinyal referensi (berupa *step*) dengan *magnitude* berubah. Sesuai dengan Tabel 4.3, waktu *settling* yang diperlukan untuk mengikuti referensi hampir sama untuk semua kondisi awal. Pada saat kondisi tunak, keluaran y_3 sama persis dengan sinyal referensi untuk semua kondisi awal.

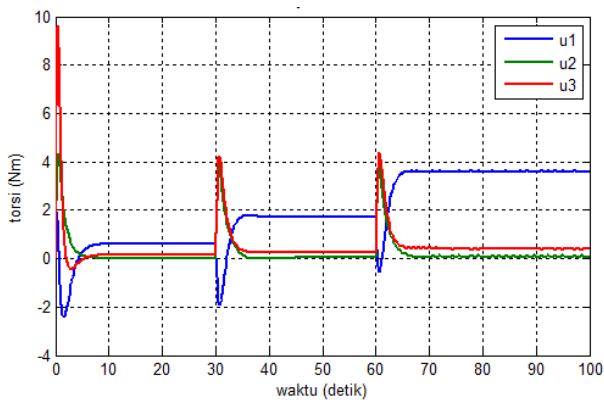
Sinyal kontrol yang diberikan pada *winding machine*, dapat dilihat pada Gambar 4.4, pada detik-detik awal terjadi *overshoot* sekitar 9 Nm. Hal ini dikarenakan masing-masing roler harus berputar dari nol sampai dengan nilai tertentu, sehingga memerlukan energi yang besar. Kecepatan linear masing-masing roler dapat dilihat pada Gambar 4.5, yang mana dapat diketahui bahwa terdapat selisih kecepatan linear pada masing-masing roler. Hal ini terjadi dikarenakan adanya tegangan material di antara dua roler.



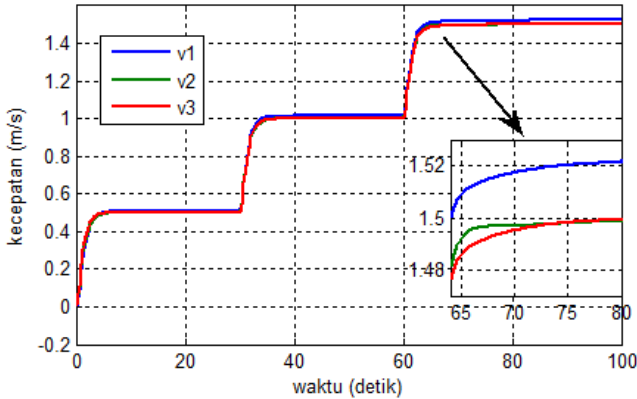
Gambar 4.3 Respon y_3 untuk Beberapa Kondisi Awal

Tabel 4.3 Karakteristik Respon y_3 untuk Beberapa Kondisi Awal

Karakteristik	$T_1 = T_2 = 0$	$T_1 = T_2 = 0,2N$	$T_1 = T_2 = 0,4N$
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	3,48 detik	3,56 detik	3,67 detik
<i>Overshoot</i>	0,88%	0,88%	0,88%
<i>Undershoot</i>	0,31%	0,31%	0,31%
Error kondisi tunak	0	0	0
IAE	2,325	2,287	2,268



Gambar 4.4 Sinyal Kontrol pada Kondisi Nominal



Gambar 4.5 Respon Kecepatan Linear Masing-masing Roler

Dari hasil pengujian ini dapat disimpulkan bahwa dengan pemberian DOFC maka sistem lup tertutup *winding machine* sudah memenuhi objektif perancangan, yaitu stabil dan mampu memaksa keluaran sistem mengikuti sinyal referensi. Dengan demikian selama operasi tegangan material dapat terjaga konstan, sedangkan kecepatan material dapat diatur sesuai dengan kebutuhan produksi.

4.2 Pengujian Simulasi PIO

Pengujian ini dilakukan terkait fungsi PIO dalam mengestimasi kesalahan baik di sensor dan aktuator. Untuk melakukan pengujian akan diberikan variasi sinyal kesalahan pada sensor maupun aktuator. PIO harus dapat mengestimasi kesalahan tersebut dengan cepat dan tepat. Selain itu, berdasarkan hasil perancangan pada Bab 3, akan dilakukan pengujian gain L_2 untuk menguji kekokohan PIO terhadap gangguan.

4.2.1 Pengujian PIO untuk Estimasi Kesalahan Sensor

Berdasarkan objektif perancangan pada Bab 2, PIO yang dirancang harus menjamin stabilitas dari keseluruhan sistem. Dengan memasukkan gain PIO hasil rancangan ke sistem augmentasi (3.30), maka *eigenvalue* dapat dihitung sebagai berikut:

$$\lambda_{s1} = \{-5,74 + j29,52; -5,74 - j29,52; -1,36 + j4,36; -1,36 - j4,36; -2,41; -0,56 + j1,89; -0,56 - j1,89; -0,42; -0,001\} \quad (4.2)$$

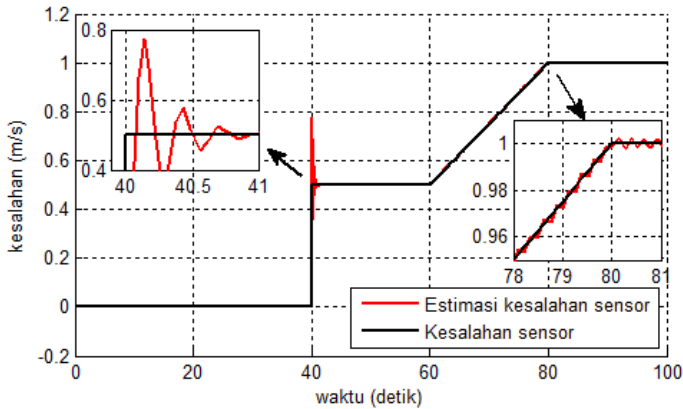
$$\lambda_{s2} = \{-2,9 + j11,09; -2,9 - j11,09; -1,11 + j2,96; -1,11 - j2,96; -0,7 + j2,01; -0,7 - j2,01; -1,13; -0,47; -0,006\} \quad (4.3)$$

$$\lambda_{s3} = \{-3,01 + j11,48; -3,01 - j11,48; -1,25 + j3,19; -1,25 - j3,19; -0,76 + j2,13; -0,76 - j2,13; -1,14; -0,44; -0,01\} \quad (4.4)$$

Dari hasil (4.2), (4.3), dan (4.4) dapat ketahu PIO ini dapat menjamin stabilitas sistem karena semua *eigenvalue* memiliki bagian real negatif.

Selanjutnya PIO akan diuji untuk mengestimasi kesalahan sensor ($f_s(t)$) yang divariasi seperti pada (4.5).

$$f_s(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 40 \text{ detik} \\ 0,5 \text{ m/detik}, & 40 \text{ detik} \leq t < 60 \text{ detik} \\ \left(\frac{t}{40} - 0,5\right) \text{ m/detik}, & 60 \text{ detik} \leq t < 80 \text{ detik} \\ 1 \text{ m/detik}, & t \geq 80 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.5)$$



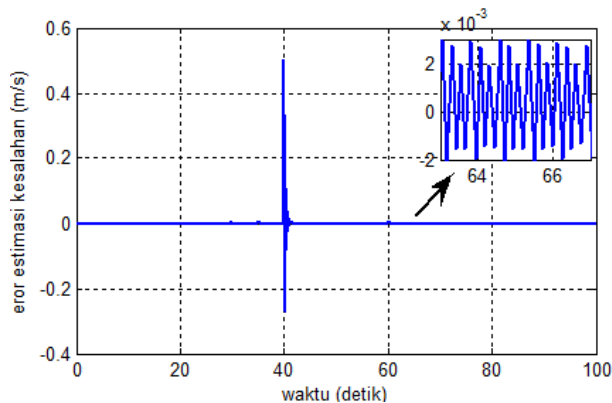
Gambar 4.6 Hasil Estimasi Kesalahan Sensor

Berdasarkan hasil simulasi pada Gambar 4.6 dan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa hasil estimasi sudah mendekati kesalahan sensor yang asli. Hal ini ditunjukkan dengan *error* estimasi kesalahan sensor, sesuai Gambar 4.7, beresilasi dengan amplitudo sekitar 0,3%. Pada detik 40 terjadi *overshoot* sekitar 54,8% yang disebabkan oleh kesalahan sensor yang mendadak (sinyal step) setelah itu beresilasi dengan amplitudo $\pm 0,5\%$ disekitar nilai kesalahan. Sedangkan pada saat kesalahan *ramp*

terjadi *overshoot* sekitar 0,29%. Hasil estimasi beresilasi dengan amplitudo $\pm 0,2\%$ disekitar nilai sinyal kesalahan yang asli.

Tabel 4.4 Karakteristik Hasil Estimasi Kesalahan Sensor

Karakteristik	40 detik $\leq t$ < 60 detik	60 detik $\leq t$ < 80 detik	$t \geq 80$ detik
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	0,661 detik	0,62 detik	0,58 detik
<i>Overshoot</i>	54,8%	0,29%	0,52%
<i>Undershoot</i>	28,2%	0,54%	0,27%
Error kondisi tunak	0,5%	0,2%	0,22%

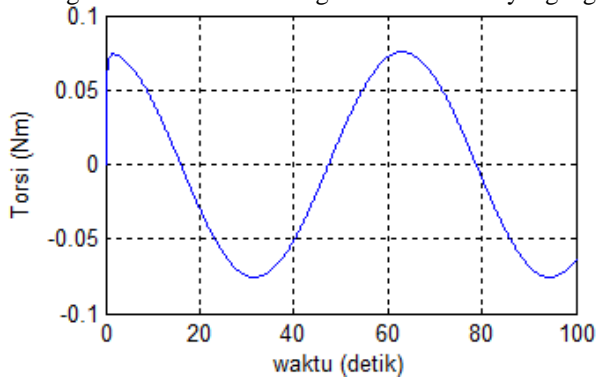


Gambar 4.7 Error Estimasi Kesalahan Sensor

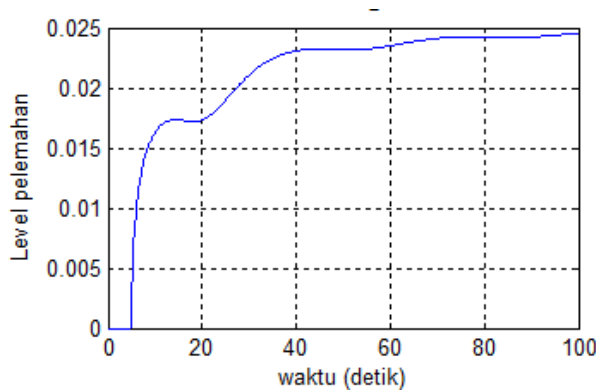
Disamping dapat mengestimasi kesalahan sensor, PIO hasil desain juga harus kokoh terhadap gangguan (*error* estimasi kesalahan aktuator). Pada simulasi diberikan gangguan seperti pada Gambar 4.8. Pada tahap perancangan diberikan level pelemahan maksimum adalah 0,5. Sedangkan hasil perhitungan gain L_2 terhadap gangguan (Gambar 4.9) adalah kurang dari level pelemahan maksimum.

Berdasarkan ketiga pengujian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa semua objektif perancangan PIO sudah terpenuhi, yaitu stabil, kokoh terhadap gangguan, dan dapat mengestimasi kesalahan sensor dengan tepat. Dari hasil pengujian juga dapat diketahui bahwa respon PIO ini sekitar lima kali lebih cepat dari pada respon DOFC sehingga dapat diterapkan dalam sistem lup tertutup. Akan tetapi, PIO ini

memiliki kelemahan pada saat terjadi kesalahan secara mendadak, yaitu hasil estimasi memiliki *overshoot* sekitar 50% dalam waktu 0,2 detik. Sedangkan untuk tipe kesalahan sensor yang muncul secara perlahan akan diestimasi dengan baik dan tidak mengalami *overshoot* yang signifikan.



Gambar 4.8 Gangguan pada PIO Berupa *Error* Estimasi Kesalahan Aktuator



Gambar 4.9 Gain L2 PIO untuk Estimasi Kesalahan Sensor

4.2.2 Pengujian PIO untuk Estimasi Kesalahan Aktuator

Pada bagian ini akan dilakukan pengujian PIO untuk estimasi kesalahan aktuator, apakah hasil perancangan sudah sesuai dengan objektif yang diharapkan. Objektif yang pertama adalah stabilitas sistem secara keseluruhan yang ditunjukkan dengan letak *pole* real pada wilayah sebelah kiri sumbu imajiner. Berikut diberikan hasil perhitungan *pole* PIO.

$$\begin{aligned}\lambda_{a1} &= \{-2,78 + j6,77; -2,78 - j6,77; -3,61; -0,55 + j1,56; \\ &\quad -0,55 - j1,56; -0,001\} \\ \lambda_{a2} &= \{-5,9 + j3,69; -5,9 - j3,69; -5,04; -0,51 + j1,61 \\ &\quad -0,51 - j1,61; -0,006\} \\ \lambda_{a3} &= \{-7; -6,17 + j1,65; -6,17 - j1,65; -0,55 + j1,54; \\ &\quad -0,55 - j1,54; -0,01\}\end{aligned}$$

Objektif kedua adalah PIO harus dapat mengestimasi kesalahan aktuator. Untuk pengujian ini diberikan sinyal kesalahan aktuator seperti pada (4.6).

$$\mathbf{f}_a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 40 \text{ detik} \\ 0,5 \text{ Nm}, & 40 \text{ detik} \leq t < 60 \text{ detik} \\ \left(\frac{t}{40} - 0,5\right) \text{ Nm}, & 60 \text{ detik} \leq t < 80 \text{ detik} \\ 1 \text{ Nm}, & t \geq 80 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.6)$$

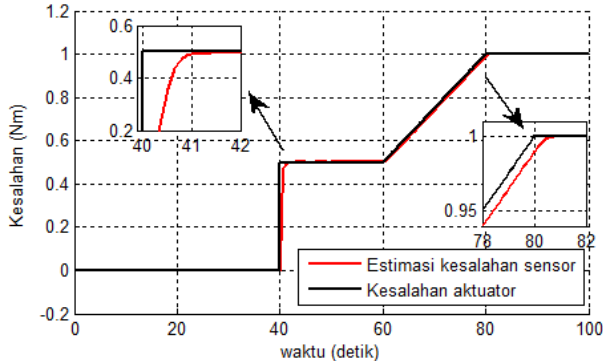
Berdasarkan hasil simulasi, pada Tabel 4.5, dapat diketahui bahwa hasil estimasi memiliki waktu *settling* sekitar 0,76 detik. Waktu *settling* ini sekitar empat kali lebih cepat dibandingkan dengan respon DOFC sehingga PIO dapat diterapkan pada sistem lup tertutup untuk mengesstimasi kesalahan aktuator.

Tabel 4.5 Karakteristik Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator

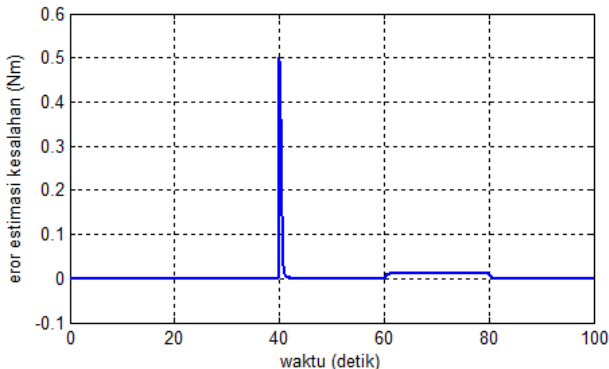
Karakteristik	40 detik $\leq t$ < 60 detik	60 detik $\leq t$ < 80 detik	$t \geq 80$ detik
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	0,763 detik	0,756 detik	0,75 detik
<i>Overshoot</i>	0,08%	0	0,06%
<i>Undershoot</i>	0,02%	0	0,02%
Error kondisi tunak	0,02%	1,1%	0,02%

Hasil estimasi memiliki *overshoot* yang sangat kecil, dan pada kondisi tunak berosilasi disekitar sinyal kesalahan dengan amplitudo $\pm 0,02\%$. Hal ini menunjukkan bahwa hasil estimasi PIO sudah bagus untuk tipe kesalahan *step*. Namun, pada saat tipe kesalahan *ramp* hasil estimasi tidak dapat sama persis dengan sinyal kesalahan, terdapat selisih 1,1%. Hal ini dikarenakan adanya keterlambatan hasil estimasi kesalahan

aktuator. Hasil estimasi dan *error* estimasi kesalahan aktuator dapat dilihat pada Gambar 4.10 dan Gambar 4.11. Dengan demikian objektif kedua sudah terpenuhi.

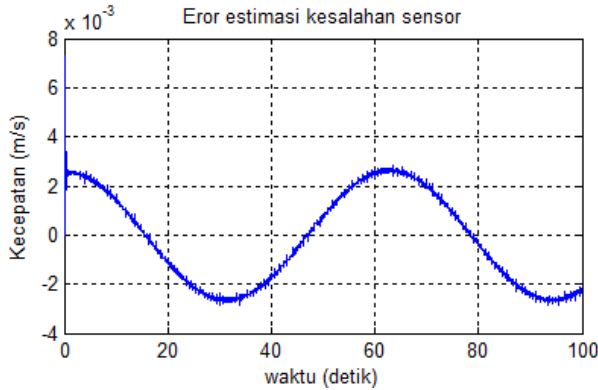


Gambar 4.10 Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator

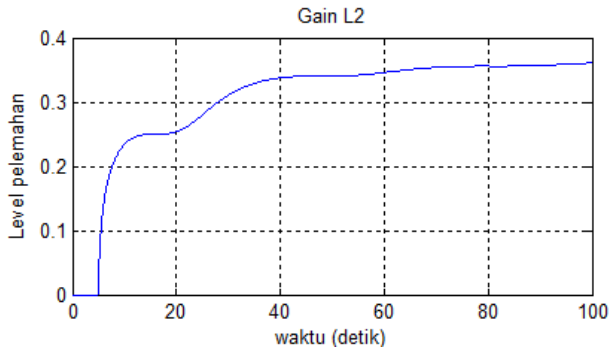


Gambar 4.11 Error Estimasi Kesalahan Aktuator

Objektif terakhir adalah PIO harus kokoh terhadap sinyal gangguan (*error* estimasi kesalahan sensor). Objektif desain yang diharapkan adalah level pelemahan pada keluaran estimasi harus kurang dari 0,5 ketika terjadi gangguan. Sinyal gangguan diberikan dengan cara menambahkan kesalahan sensor pada sistem. Kesalahan ini kemudian akan diestimasi dan menghasilkan *error* estimasi kesalahan sensor seperti pada Gambar 4.12. Hasil perhitungan gain L_2 (Gambar 4.13) menunjukkan bahwa level pelemahan kurang dari 0,5.



Gambar 4.12 Gangguan Berupa *Error Estimasi Kesalahan Sensor*



Gambar 4.13 Gain L_2 Saat Diberikan Gangguan

Dari hasil pengujian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa semua objektif perancangan PIO untuk estimasi kesalahan aktuator ini sudah terpenuhi, yaitu stabil, kokoh terhadap gangguan, dan dapat mengestimasi kesalahan aktuator yang terjadi.

4.3 Pengujian Simulasi FTC Menggunakan DOFC untuk Kesalahan Sensor

Pada subbab ini akan dilakukan pengujian hasil perancangan FTC dengan kontroler nominal DOFC terhadap kesalahan sensor. Pengujian dilakukan dengan memberikan skenario kesalahan sensor yang berbeda-beda pada hasil pengukuran keluaran y_3 atau *state* x_4 . Sesuai dengan

(2.20), kesalahan pada sensor didefinisikan sebagai (4.7) dengan variasi kesalahan menggunakan Tabel 2.2.

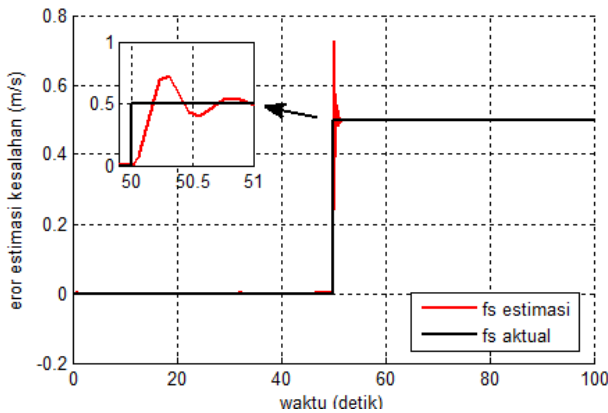
$$\mathbf{f}_s(t) = (\beta - 1)x_4(t) + k_s \quad (4.7)$$

Pada hasil pengujian juga akan ditampilkan respon sistem dengan dan tanpa FTC saat terjadi kesalahan. Berikut akan dilakukan pengujian FTC dengan beberapa skenario.

4.3.1 Bias ($\beta = 1; k_s = 0,5$)

Skenario kesalahan ini memberikan dampak hasil pembacaan sensor mengalami deviasi 0,5 m/s dari keluaran yang sebenarnya. Kesalahan sensor ini diasumsikan terjadi pada detik ke-50 dan akan tetap bernilai konstan setelahnya. Dengan menggunakan (4.7) maka didapatkan model kesalahan sensor (4.8).

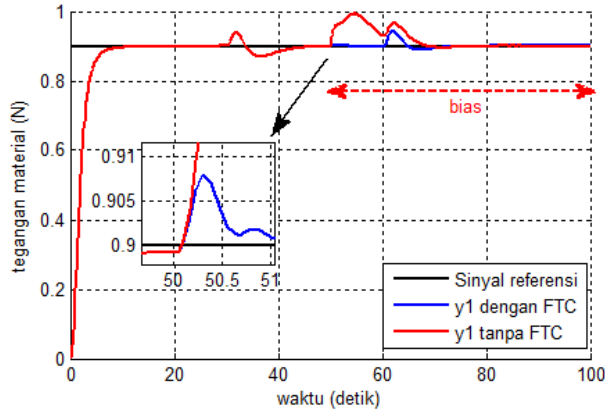
$$\mathbf{f}_s(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ 0,5 \text{ m/detik}, & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.8)$$



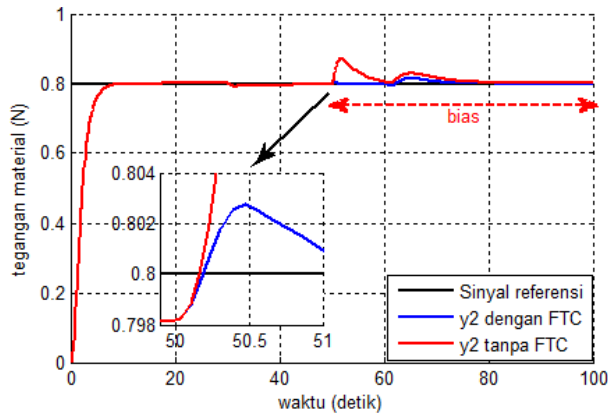
Gambar 4.14 Hasil Estimasi Kesalahan Sensor (*Bias*)

Pada Gambar 4.14 menunjukkan bahwa hasil estimasi kesalahan pada skenario ini sudah berhasil walaupun terdapat *overshoot* sekitar 50% dalam waktu 0,5 detik. Penjelasan mengenai kondisi ini dapat dilihat di sub-subbab 4.2.1. Ketika skenario kesalahan sensor *bias* diberikan, maka keluaran y_1 akan mengalami *overshoot* sekitar 11% saat tidak menggunakan FTC. Kondisi ini cukup berbahaya mengingat perubahan tegangan material yang cukup besar dapat merusak material itu sendiri.

Setelah memberikan FTC, nilai *overshoot* ini diperkecil hingga sekitar 1% dan selanjutnya y_1 kembali mengikuti referensi. Kondisi ini dapat dilihat pada Gambar 4.15.



Gambar 4.15 Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC (*Bias*)



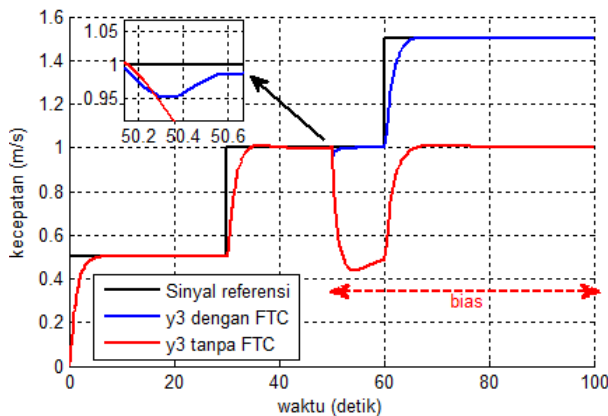
Gambar 4.16 Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC (*Bias*)

Kesalahan sensor pada skenario ini juga berpengaruh pada respon y_2 . Sesuai dengan Gambar 4.16, dapat diketahui bahwa ketika terjadi kesalahan akan terjadi *overshoot* sekitar 11% jika tidak menggunakan FTC. Setelah menambahkan FTC maka *overshoot* akan diperkecil hingga mencapai sekitar 0,25%.

Kesalahan sensor berdampak signifikan terhadap y_3 karena kesalahan terjadi pada proses pengukuran keluaran ini. Karakteristik y_3 saat terjadi kesalahan disajikan pada Tabel 4.6. Berdasarkan data tersebut dapat diketahui bahwa kesalahan sensor memberikan dampak yang sangat signifikan terhadap *error* kondisi tunak, yaitu menyebabkan y_3 mengalami deviasi sebesar 50% dari sinyal referensi. Sedangkan dengan penerapan FTC maka dapat mengompensasi keluaran y_3 sehingga *error* kondisi tunak mendekati nol. Dapat diketahui pula bahwa IAE dengan FTC jauh lebih kecil dibandingkan tanpa FTC. Respon dari y_3 dengan kesalahan *bias* ketika menggunakan dan tanpa FTC dapat dilihat pada Gambar 4.17.

Tabel 4.6 Karakteristik y_3 untuk Kesalahan Sensor *Bias*

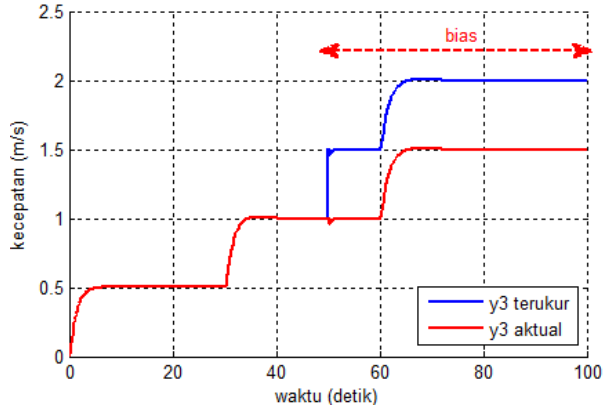
Karakteristik	Keluaran y_3	
	Dengan FTC	Tanpa FTC
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	3,56 detik	3,67 detik
<i>Overshoot</i>	0,88%	0,88%
<i>Undershoot</i>	5%	60%
<i>Error</i> kondisi tunak	0	50%
IAE	2,354	27,18



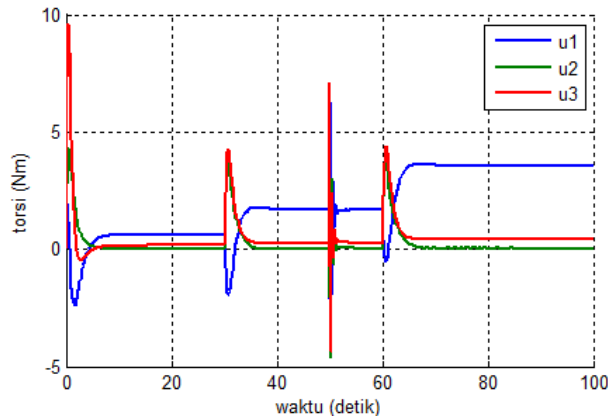
Gambar 4.17 Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC (*Bias*)

Dengan penerapan FTC pada saat terjadi kesalahan *bias*, seolah-olah *range* kerja sensor akan digeser. Akan terdapat deviasi antara hasil

pengukuran dengan keluaran yang asli. Ketika hasil pengukuran ini dikurangi dengan hasil estimasi kesalahan sensor pada Gambar 4.14 maka akan menghasilkan sinyal keluaran yang asli sehingga sinyal yang menjadi umpan balik kontroler sudah terbebas dari kesalahan sensor. Guna mengompensasi kesalahan ini, sinyal kontrol yang digunakan seperti pada Gambar 4.19.



Gambar 4.18 Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual dengan Penerapan FTC Saat Terjadi Kesalahan *Bias*



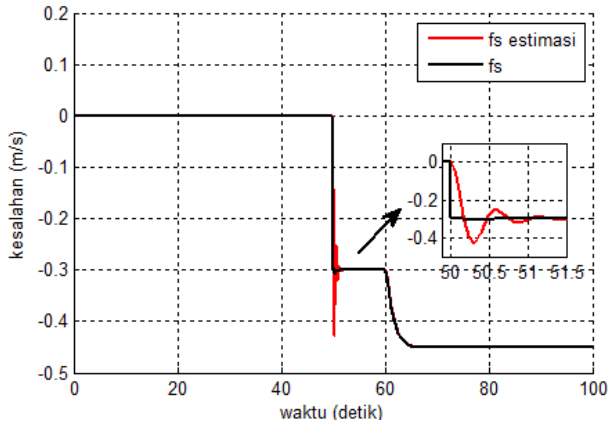
Gambar 4.19 Sinyal Kontrol untuk Kompensasi Kesalahan *Bias*

4.3.2 Loss of Sensitivity ($\beta = 0,7; k_s = 0$)

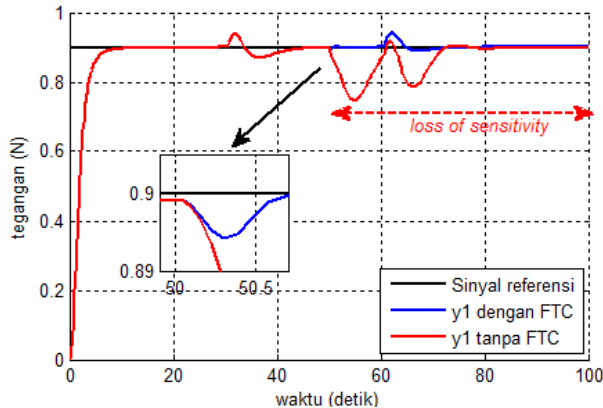
Skenario kesalahan ini menyebabkan sensitifitas sensor berkurang, yang mana pembacaan sensor adalah 0,7 kali dari hasil keluaran yang

sebenarnya. Kesalahan sensor ini, sesuai dengan (4.7), dirumuskan sebagai (4.9). Hasil estimasi kesalahan pada skenario ini ditunjukkan pada Gambar 4.20. Besarnya kesalahan yang terjadi akan tergantung pada *state* x_4 .

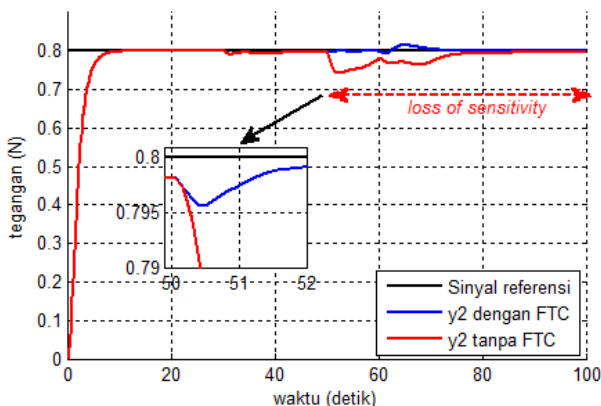
$$\mathbf{f}_s(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ -0,3x_4(t), & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.9)$$



Gambar 4.20 Estimasi Kesalahan Sensor pada Kasus *Loss of Sensitivity*



Gambar 4.21 Respon y_1 Saat Terjadi Kesalahan Sensor *Loss of Sensitivity*



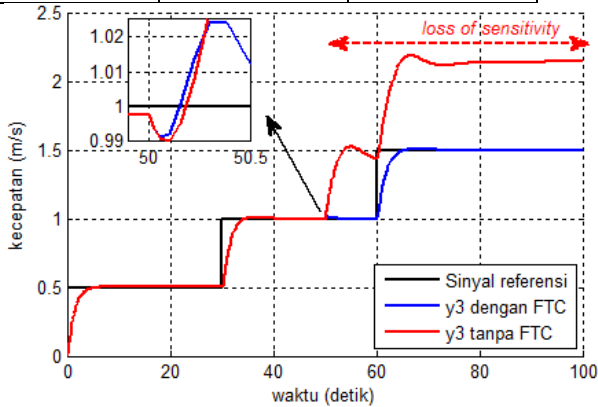
Gambar 4.22 Respon y_2 Saat Terjadi Kesalahan Sensor *Loss of Sensitivity*

Berdasarkan hasil simulasi pada Gambar 4.21 dan Gambar 4.22, dapat diketahui bahwa kesalahan untuk skenario ini menyebabkan keluaran y_1 dan y_2 mengalami *undershoot* sekitar 16 %. Kondisi ini dapat menyebabkan kerusakan material karena terjadi perubahan tegangan material yang mendadak dan cukup besar. Sinyal y_1 dan y_2 akan kembali mengikuti sinyal referensinya dalam waktu 4,8 detik dan 5,1 detik, sama seperti waktu *settling* saat kondisi nominal. Setelah diberi FTC maka kondisi ini dapat dihilangkan. *Overshoot* menjadi lebih kecil, yaitu sekitar 2,5%. Selanjutnya keluaran y_1 dan y_2 dapat kembali mengikuti sinyal referensi yang diberikan.

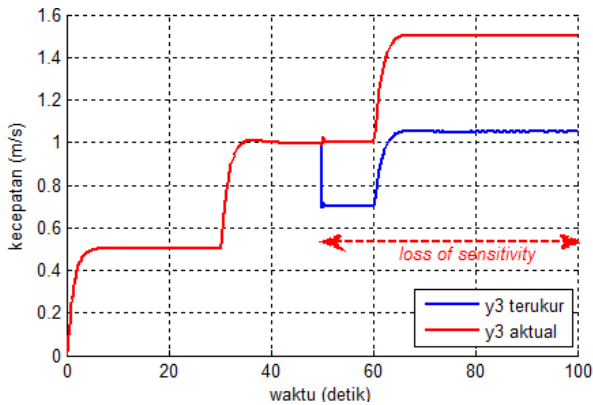
Kesalahan sensor pada skenario ini tidak berpengaruh secara signifikan pada waktu *settling* keluaran y_3 , yang mana nilainya tetap sama dengan kondisi nominalnya. Akan tetapi sangat berpengaruh pada *overshoot* dan *error* kondisi tunaknya (lihat Tabel 4.7). Kondisi ini dapat terjadi karena keluaran y_3 yang terukur sensor adalah 0,7 kali dari keluaran aktual, sehingga kontroler akan meresponnya dengan memberikan sinyal kontrol yang lebih besar. Akhirnya keluaran y_3 akan melebihi nilai yang seharusnya. Dengan penerapan FTC, kondisi ini dapat dihilangkan, dengan *overshoot* hanya sekitar 2,5%. Jika ditinjau dari IAE saat menggunakan dan tanpa FTC, dengan mudah dapat diketahui bahwa saat menggunakan FTC menghasilkan respon yang lebih baik. Perbandingan respon y_3 dengan dan tanpa FTC dapat dilihat pada Gambar 4.23.

Tabel 4.7 Karakteristik Keluaran y_3 Saat Terjadi Kesalahan Sensor *Loss of Sensitivity*

Karakteristik	Keluaran y_3	
	Dengan FTC	Tanpa FTC
Waktu <i>settling</i> ($\pm 5\%$)	3,56 detik	3,67 detik
<i>Overshoot</i>	2,5%	60%
<i>Undershoot</i>	0	0
Error kondisi tunak	0	36,6%
IAE	2,324	29,92

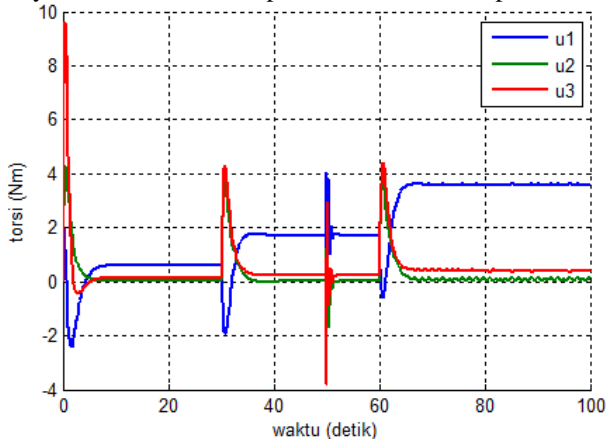


Gambar 4.23 Respon y_3 dengan Kesalahan Sensor *Loss of Sensitivity*



Gambar 4.24 Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual Saat Terjadi Kesalahan Sensor *Loss of Sensitivity*

Dari Gambar 4.24 dapat diketahui bahwa hasil pengukuran sensor adalah 0,7 kali dari keluaran aktualnya. Ketika hasil pengukuran ini dikurangi dengan estimasi kesalahan sensor pada Gambar 4.20 maka akan menghasilkan sinyal keluaran aktual, sehingga kontroler akan menerima umpan balik berupa sinyal keluaran yang sudah terbebas dari kesalahan sensor. Sinyal kontrol untuk kompensasi kesalahan ini pada Gambar 4.25.



Gambar 4.25 Sinyal Kontrol untuk Kompensasi Kesalahan Sensor *Loss of Sensitivity* pada Detik ke-50

4.3.3 Sensor Freezing ($\beta = 0; k_s = 0,5$)

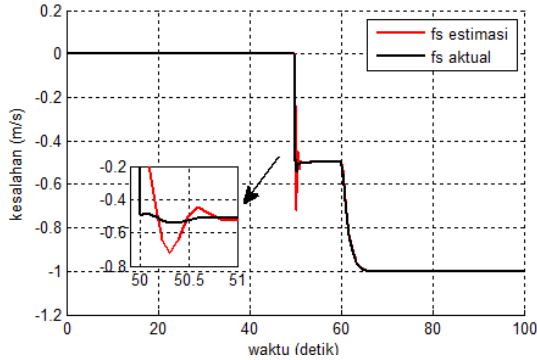
Skenario ini memberikan dampak hasil pembacaan sensor konstan pada nilai 0,5 m/s walaupun keluaran yang sebenarnya sudah berubah. Dengan mengasumsikan bahwa kesalahan terjadi pada detik ke 50 maka dengan merujuk (4.7), kesalahan ini dapat dirumuskan

$$\mathbf{f}_s(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ 0,5 - x_4(t), & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.10)$$

Hasil estimasi dari kesalahan (4.10) ditunjukkan pada Gambar 4.26. Pada gambar tersebut nampak bahwa kesalahan sensor memiliki nilai yang berubah seiring perubahan $x_4(t)$, sedangkan hasil estimasinya sudah sangat mendekati walaupun pada awal kemunculan kesalahan terjadi *overshoot* (Gambar 4.26).

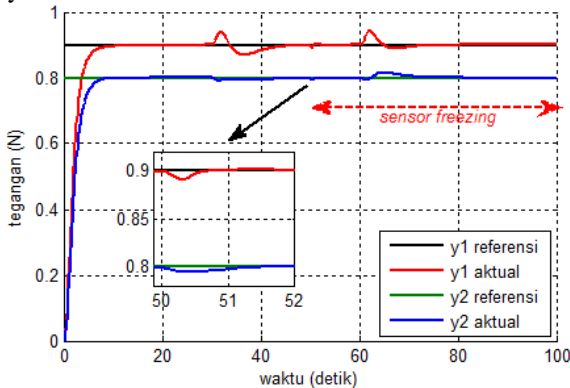
Selanjutnya hasil estimasi kesalahan ini akan digunakan untuk mengompensasi keluaran yang mengandung kesalahan sensor. Dalam pengujian skenario kesalahan ini hanya akan ditampilkan respon keluaran

sistem yang menggunakan FTC, karena ketika terjadi kesalahan sensor *freezing* tanpa adanya FTC, keluaran sistem akan terus naik hingga mencapai nilai saturasinya. Hal ini dikarenakan kontroler menerima sinyal konstan dari hasil pengukuran sensor yang mengalami kesalahan, padahal keluaran aktualnya sudah berubah. Akhirnya keluaran sistem menjadi tidak terkontrol.

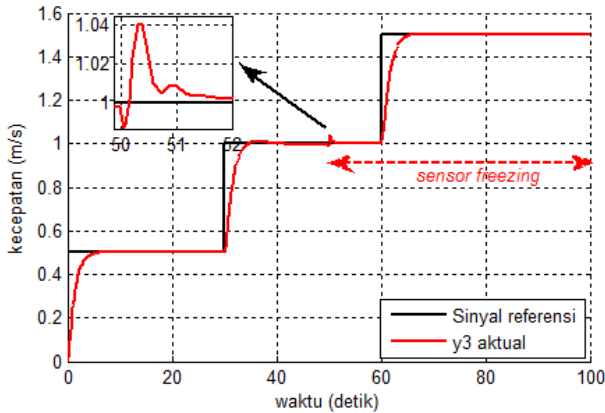


Gambar 4.26 Hasil Estimasi Kesalahan Sensor *Freezing*

Dengan pemberian FTC, kesalahan sensor *freezing* dapat dikompensasi seperti pada Gambar 4.27 dan Gambar 4.28. Untuk keluaran y_1 dan y_2 hanya akan mengalami *undershoot* 1,11% dan setelahnya kembali ke nilai referensinya. Sedangkan respon y_3 mengalami *overshoot* 4%, setelah itu juga akan kembali ke nilai referensinya.

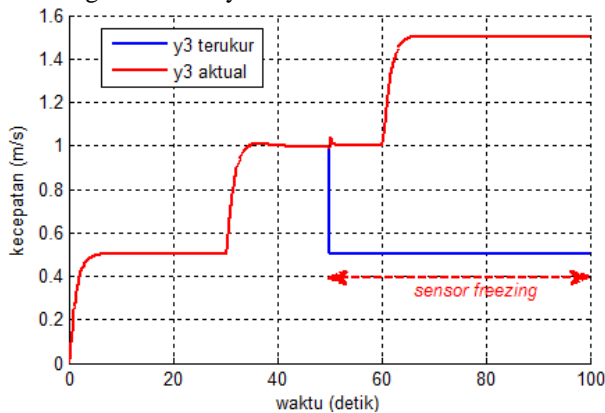


Gambar 4.27 Respon y_1 dan y_2 Menggunakan FTC saat Terjadi Kesalahan Sensor *Freezing*



Gambar 4.28 Respon y_3 Menggunakan FTC Saat Terjadi Kesalahan Sensor Freezing

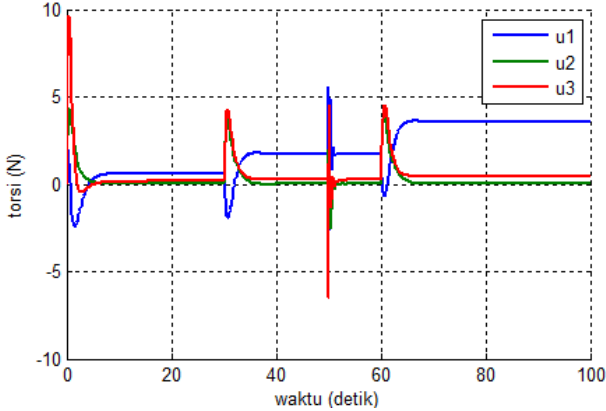
Perbandingan antara hasil pengukuran dan nilai aktual dari y_3 seperti pada Gambar 4.29. Pada gambar tersebut nampak bahwa sinyal hasil pengukuran bernilai konstan 0,5 setelah detik ke 50. Dengan mengurangkan sinyal ini dengan hasil estimasi kesalahan Gambar 4.26 maka akan menghasilkan sinyal keluaran aktual.



Gambar 4.29 Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual untuk Kesalahan Sensor Freezing

Pada Gambar 4.30 menunjukkan sinyal kontrol yang digunakan untuk mengompensasi kesalahan ini. Terjadi perubahan mendadak pada

sinyal kontrol saat detik ke 50. Hal ini dikarenakan estimasi kesalahan belum sempurna. Setelah estimasi dan kompensasi kesalahan dilakukan, sinyal yang diterima kontroler bebas dari kesalahan dan sinyal kontrol pun kembali ke nilai nominalnya. Dari pengujian ini dapat disimpulkan bahwa FTC dapat mengatasi kesalahan sensor *freezing* dengan baik.



Gambar 4.30 Sinyal Kontrol untuk Kompensasi Kesalahan Sensor *Freezing* pada Detik Ke 50

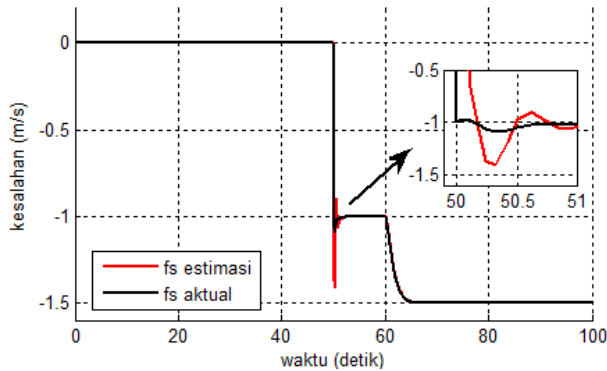
4.3.4 Loss of Measurement ($\beta = 0$; $k_s = 0$)

Skenario kesalahan ini menyebabkan sensor tidak dapat mengukur keluaran sistem, sehingga keluaran sensor adalah nol setelah kesalahan terjadi. Dengan mengasumsikan bahwa kesalahan ini terjadi pada detik ke 50 maka dapat dirumuskan (4.11). Bentuk kesalahan dan hasil estimasi kesalahan pada skenario ini ditunjukkan pada Gambar 4.31. hasil pengujian menunjukkan bahwa hasil estimasi memiliki *undershoot* sekitar 50 %, setelah itu dapat mengestimasi kesalahan dengan tepat.

$$\mathbf{f}_s(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ -x_4(t), & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.11)$$

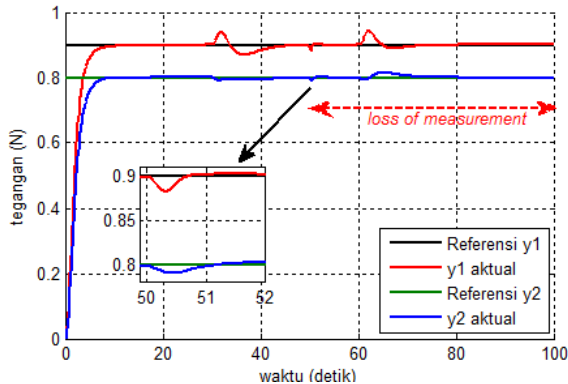
Sama halnya dengan skenario kesalahan pada 4.3.3, tanpa FTC keluaran akan mencapai nilai saturasinya. Hal ini dikarenakan sensor yang mengalami kesalahan tidak dapat melakukan pengukuran (selalu dan tidak ada umpan balik yang diberikan ke kontroler, sehingga sinyal kontrol yang dihasilkan pun tidak sesuai dengan yang seharusnya. Akhirnya keluaran sistem tidak terkontrol. Oleh karena itu pada bagian

ini hanya akan ditampilkan hasil pengujian sistem lup tertutup yang menggunakan FTC.

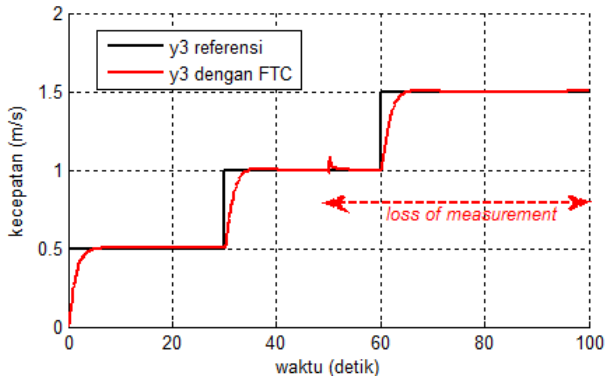


Gambar 4.31 Hasil Estimasi Kesalahan Sensor *Loss of Measurement*

Pada Gambar 4.32 menunjukkan respon y_1 dan y_2 yang telah terkompensasi dari kesalahan *loss of measurement*. Dengan menggunakan FTC kesalahan ini hanya menyebabkan terjadinya *undershoot* sekitar 1,11%, setelah itu y_1 dan y_2 akan kembali mengikuti sinyal referensi. Sedangkan untuk keluaran y_3 mengalami *overshoot* sekitar 8% pada saat kesalahan muncul. *Overshoot* ini lebih besar dibanding dengan keluaran yang lain karena kesalahan sensor terjadi pada pengukuran keluaran ini. Keluaran y_3 akan kembali mengikuti sinyal referensi kembali setelah sekitar 3,56 detik.

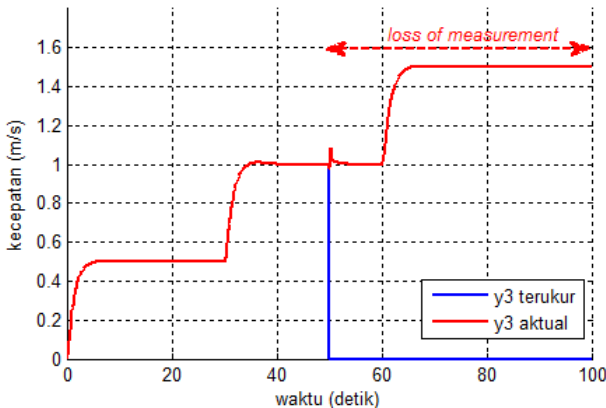


Gambar 4.32 Respon y_1 dan y_2 yang Telah Terkompensasi dari Kesalahan *Loss of Measurement*



Gambar 4.33 Respons y_3 yang Terkompensasi dari Kesalahan

Perbandingan y_3 terukur dan aktual diberikan pada Gambar 4.34. Dari gambar tersebut dapat diketahui bahwa hasil pengukuran selalu bernilai nol setelah terjadi kesalahan. Oleh karena diberikan kompensasi dengan cara mengurangi sinyal pengukuran ini dengan hasil simulasi kesalahan sensor Gambar 4.31, maka akan didapatkan sinyal terukur yang bebas dari kesalahan sensor. Dengan demikian kontroler dapat menghasilkan sinyal kontrol yang sesuai dengan keluaran yang aktual dari y_3 .



Gambar 4.34 Perbandingan y_3 Terukur dan Aktual Saat *Loss of Measurement*

Berdasarkan hasil pengujian pada subbab ini dapat disimpulkan bahwa FTC berbasis DOFC yang dirancang dapat mengompensasi keempat skenario kesalahan sensor yang diberikan. Sistem kontrol yang

dirancang mampu mengembalikan performa sistem ke kondisi nominalnya meskipun terjadi kesalahan pada sensor. Guna memperkuat argumen ini, pada Tabel 4.8 diberikan perbandingan IAE dari kondisi nominal dan kondisi ketika terjadi kesalahan sensor.

Tabel 4.8 Perbandingan IAE pada Kondisi Nominal dan Terjadi Kesalahan

Kondisi Sensor	IAE		
	y_1	y_2	y_3
Nominal	2,384	1,992	2,326
<i>Bias</i>	2,390	1,994	2,355
<i>Loss of sensitivity</i>	2,384	1,993	2,323
<i>Sensor freezing</i>	2,383	1,995	2,316
<i>Loss of measurement</i>	2,390	2,001	2,347

4.4 Pengujian Simulasi FTC Menggunakan DOFC untuk Kesalahan Aktuator

Pada subbab ini akan dilakukan pengujian hasil perancangan FTC berbasis DOFC dengan kesalahan pada aktuator. Pengujian dilakukan dengan memberikan skenario kesalahan aktuator yang berbeda-beda pada u_1 . Sesuai dengan (3.20), kesalahan pada aktuator didefinisikan sebagai (4.12) dengan variasi kesalahan menggunakan Tabel 2.2.

$$\mathbf{f}_a(t) = (\alpha - 1)u_1(t) + k_a \quad (4.12)$$

Pada hasil pengujian juga akan ditampilkan respon sistem dengan dan tanpa FTC saat terjadi kesalahan. Berikut akan dilakukan pengujian FTC dengan beberapa skenario.

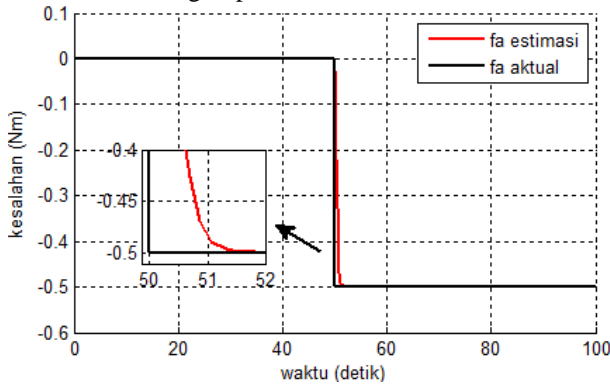
4.4.1 *Bias* ($\alpha = 1$; $k_a = -0,5$)

Skenario kesalahan ini menyebabkan sinyal kontrol yang masuk ke aktuator mengalami deviasi -0,5 N dari nilai yang sebenarnya. Sesuai dengan (4.12), kesalahan ini dapat dirumuskan sebagai (4.13).

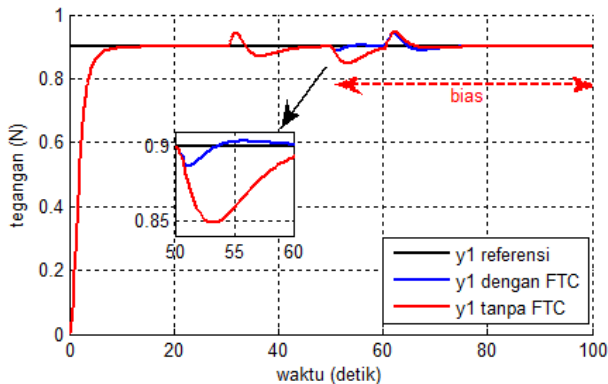
$$\mathbf{f}_a(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ -0,5\text{N}, & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.13)$$

Sinyal kesalahan aktuator dan hasil estimasinya diberikan pada Gambar 4.35. Berdasarkan simulasi dapat diketahui bahwa hasil estimasi memerlukan waktu sekitar 1 detik untuk mengikuti sinyal kesalahan

aktuator yang sebenarnya. Hasil ini kemudian akan dijumlahkan dengan sinyal kontrol untuk mengompensasi kesalahan aktuator.



Gambar 4.35 Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator *Bias*

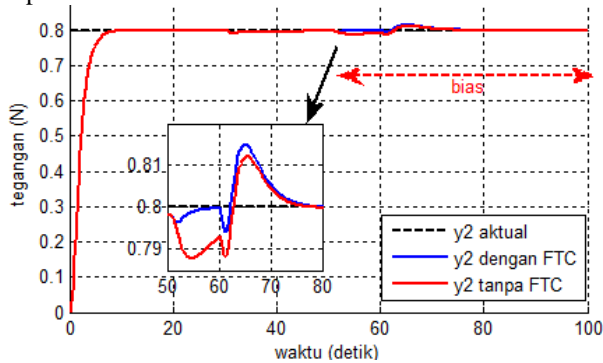


Gambar 4.36 Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Bias*

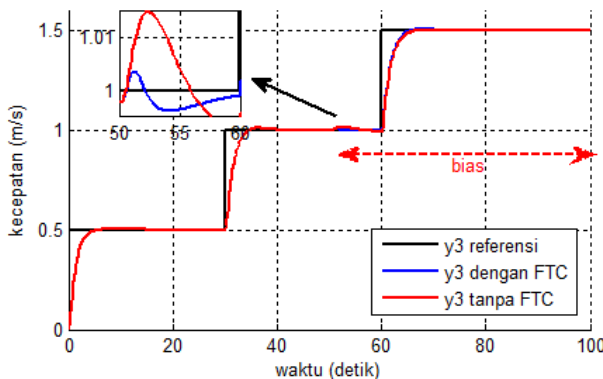
Berdasarkan hasil pada Gambar 4.36 dan Gambar 4.37, sinyal kesalahan ini akan memberikan *undershoot* pada keluaran y_1 dan y_2 sebesar sekitar 5,5% dan 3,75%. Dengan pemberian FTC maka *undershoot* menjadi 1,1% dan 0,25%. Sedangkan pada keluaran y_3 kesalahan ini tidak terlalu berpengaruh (lihat Gambar 4.38).

Jika ditinjau dari IAE masing-masing keluaran, sesuai dengan Tabel 4.9, ketika terjadi kesalahan aktuator *bias* dapat diketahui bahwa penerapan FTC memberikan performa yang lebih baik dibandingkan dengan tanpa FTC. Hal ini menunjukkan bahwa FTC berbasis DOFC yang

dirancang dapat memperbaiki performa sistem ketika terjadi kesalahan aktuator tipe *bias*.



Gambar 4.37 Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Bias*



Gambar 4.38 Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Bias*

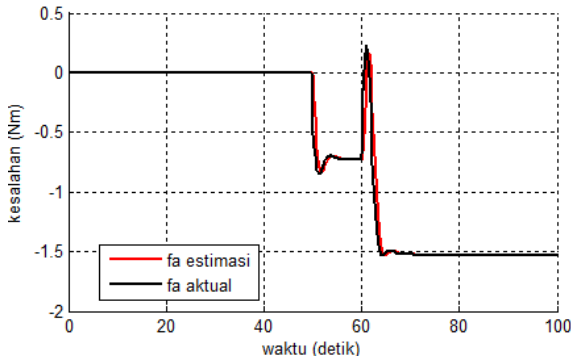
Tabel 4.9 Perbandingan IAE Dengan dan Tanpa FTC Untuk Kesalahan Aktuator *Bias*

y_1		y_2		y_3	
FTC	no FTC	FTC	no FTC	FTC	no FTC
2,424	2,654	1,996	2,057	2,338	2,413

4.4.2 Loss of Effectiveness ($\alpha = 0,7; k_a = 0$)

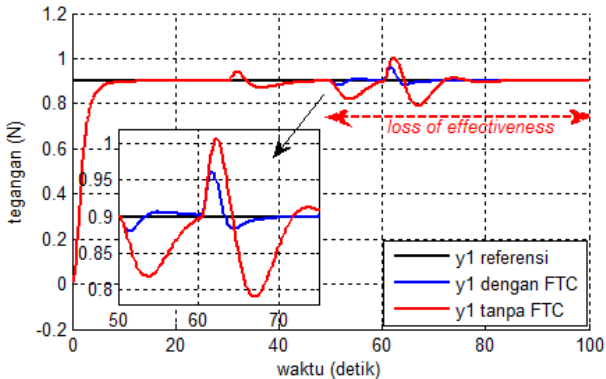
Kesalahan tipe ini menyebabkan efektifitas aktuator akan turun menjadi 70% dari kondisi nominalnya. Sesuai dengan (4.12), kesalahan ini didefinisikan sebagai (4.14).

$$\mathbf{f}_a(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ -0,3u_1(t), & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.14)$$



Gambar 4.39 Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 30%

Sinyal kesalahan dan hasil estimasinya ditunjukkan pada Gambar 4.39. Pada gambar tersebut nampak bahwa kesalahan berubah terhadap waktu yang mana disebabkan kesalahan ini bergantung pada u_1 . Jika kesalahan ini dijumlahkan dengan sinyal kontrol maka sinyal u_1 akan bernilai 70% dari sinyal u_1 yang asli.



Gambar 4.40 Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 30%

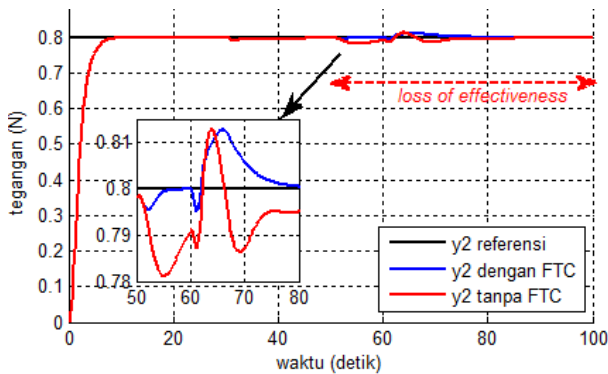
Pada saat terjadi kesalahan aktuator skenario ini, respon y_1 yang mengalami dampak paling signifikan. Berdasarkan hasil simulasi pada Gambar 4.40 bahwa y_1 akan mengalami *overshoot* dan *undershoot* sekitar

12% dan 10%. Sedangkan waktu *settling* setelah kesalahan terjadi menjadi sekitar 10 detik, padahal pada kondisi nominal hanya sekitar 5 detik. Setelah diberi FTC, *overshoot* menjadi lebih kecil, yaitu sekitar 5%. Sedangkan waktu *settling* mendekati kondisi nominalnya, yaitu sekitar 5,2 detik. Untuk keluaran y_2 dan y_3 tidak terlalu signifikan perubahannya ketika kesalahan aktuator terjadi (lihat Gambar 4.41 dan Gambar 4.42). Hal ini dikarenakan kedua keluaran ini tidak terhubung langsung dengan u_1 . Sinyal kontrol hasil kompensasi dari kesalahan aktuator disajikan pada Gambar 4.43.

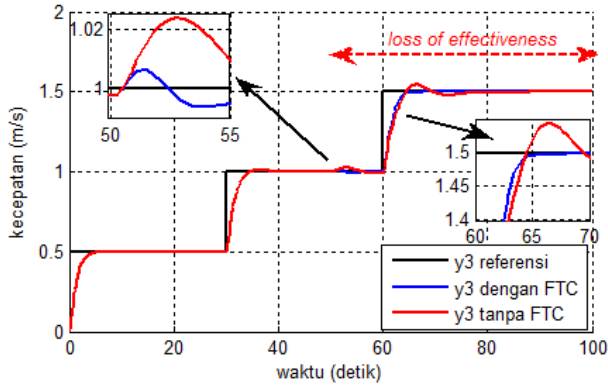
Dari pengujian ini dapat disimpulkan bahwa rancangan FTC berbasis DOFC mampu mengatasi kesalahan aktuator yang mengalami penurunan efektifitas 30%. Sementara kontrol nominal saja tidak mampu mengatasinya. Guna memperkuat argumen ini disajikan Tabel 4.10 yang membandingkan IAE masing-masing keluaran.

Tabel 4.10 Perbandingan IAE Dengan dan Tanpa FTC untuk *Loss of Effectiveness* 30% pada Aktuator

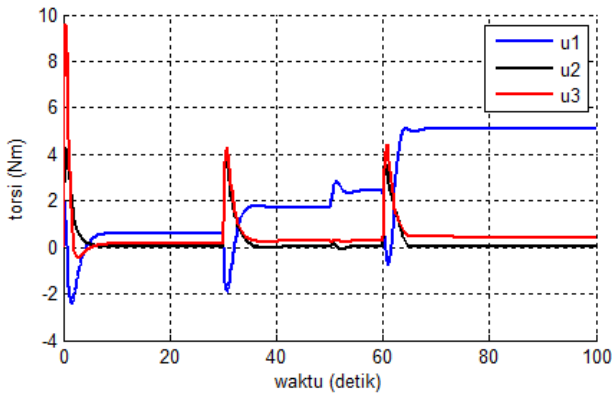
y_1		y_2		y_3	
FTC	no FTC	FTC	no FTC	FTC	no FTC
2,43	3,314	1,994	2,191	2,338	2,726



Gambar 4.41 Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 30%



Gambar 4.42 Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 30%



Gambar 4.43 Sinyal Kontrol Hasil Kompensasi Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 30%

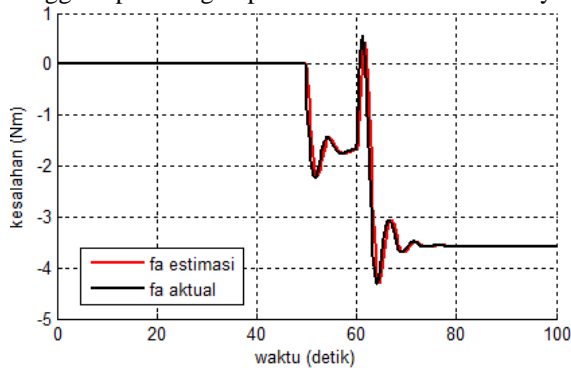
4.4.3 *Loss of Effectiveness* ($\alpha = 0,5; k_a = 0$)

Skenario kesalahan ini sama dengan sebelumnya, namun penurunan aktuator menjadi 50% sehingga kesalahan dapat dirumuskan sebagai (4.15).

$$\mathbf{f}_a(t) = \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ -0,5u_1(t), & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \quad (4.15)$$

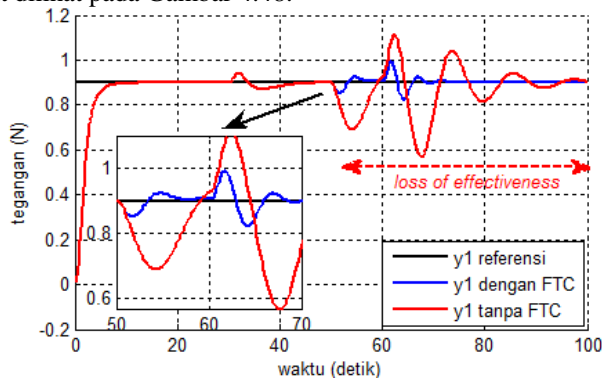
Sinyal kesalahan dan hasil estimasinya ditunjukkan pada Gambar 4.44. Estimasi kesalahan yang dihasilkan sudah mendekati sinyal kesalahan

yang asli. Hasil estimasi ini kemudian akan dijumlahkan dengan sinyal kontrol sehingga dapat mengompensasi kesalahan aktuator yang terjadi.

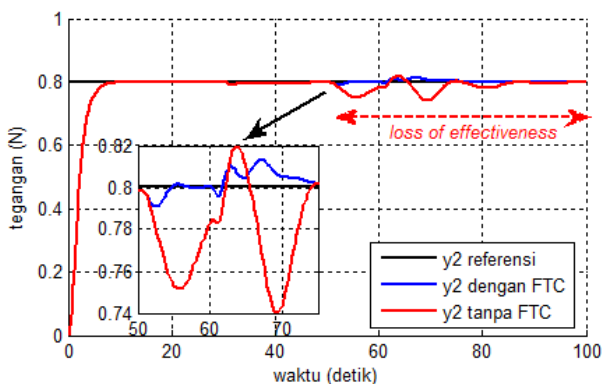


Gambar 4.44 Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 50%

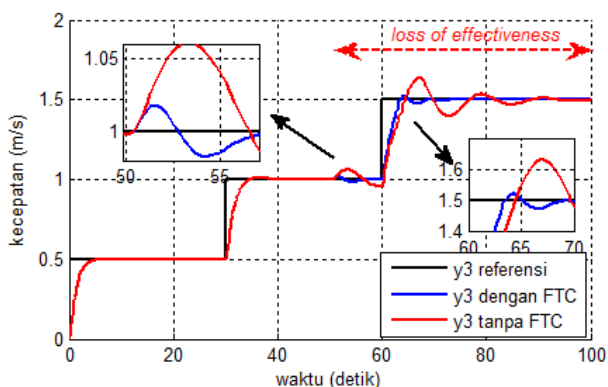
Pada respon y_1 , kesalahan ini memberikan dampak yang cukup signifikan (lihat Gambar 4.45). Ketika kesalahan terjadi, y_1 akan mengalami *overshoot* sekitar 22,22%. Tentu saja nilai ini melebihi batas *overshoot* yang diperbolehkan. Selain itu waktu *settling* menjadi jauh lebih lama, yaitu sekitar 30 detik. Setelah diberi FTC, *overshoot* berkurang menjadi sekitar 10%. Sedangkan waktu *settling* adalah sekitar 6 detik. Pada keluaran y_2 dan y_3 kesalahan juga mengakibatkan *overshoot* sekitar 5% (lihat Gambar 4.46 dan Gambar 4.47). Nilai ini masih berada pada batas toleransi *overshoot*. Sinyal kontrol untuk ompensasi kesalahan ini dapat dilihat pada Gambar 4.48.



Gambar 4.45 Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 50%



Gambar 4.46 Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 50%

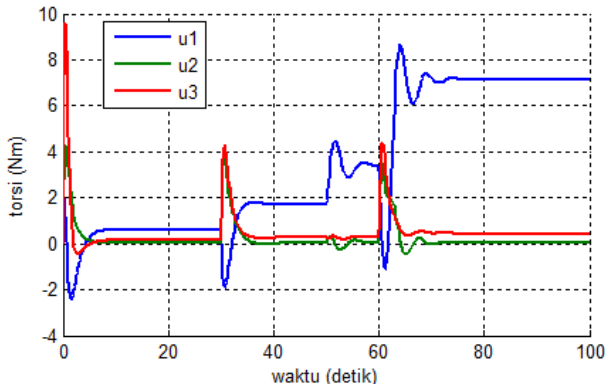


Gambar 4.47 Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Aktuator *Loss of Effectiveness* 50%

Dari pengujian ini dapat disimpulkan bahwa rancangan FTC berbasis DOFC mampu mengatasi kesalahan aktuator yang mengalami penurunan efektifitas 50% (lihat Tabel 4.11).

Tabel 4.11 Perbandingan IAE Dengan dan Tanpa FTC untuk *Loss of Effectiveness* 50% pada Aktuator

y_1		y_2		y_3	
FTC	no FTC	FTC	no FTC	FTC	no FTC
2,72	4,999	2,006	2,64	2,458	3,557



Gambar 4.48 Sinyal Kontrol pada Saat Terjadi *Loss of Effectiveness* Aktuator pada Detik ke-50

Dari hasil pengujian beberapa skenario kesalahan aktuator ini dapat disimpulkan bahwa rancangan FTC berbasis DOFC dapat kesalahan yang terjadi. Guna memperkuat argumen ini diberikan Tabel 4.12 yang merupakan perbandingan IAE saat terjadi kesalahan dan kondisi nominalnya. Dari data tersebut dapat diketahui bahwa nilai IAE saat terjadi kesalahan sudah mendekati IAE pada kondisi nominal dengan menerapkan FTC. Walaupun demikian pada kasus ini nampak bahwa IAE bernilai cukup besar. Hal ini menunjukkan bahwa kesalahan tersebut sudah mendekati batas kemampuan FTC untuk mengompensasi.

Tabel 4.12 Perbandingan IAE pada Kondisi Nominal dan Terjadi Kesalahan Aktuator

Kondisi Aktuator	IAE		
	y_1	y_2	y_3
Nominal	2,384	1,992	2,326
<i>Bias</i>	2,420	1,996	2,338
<i>Loss of effectiveness</i> 30%	2,430	1,994	2,338
<i>Loss of effectiveness</i> 50%	2,720	2,006	2,458

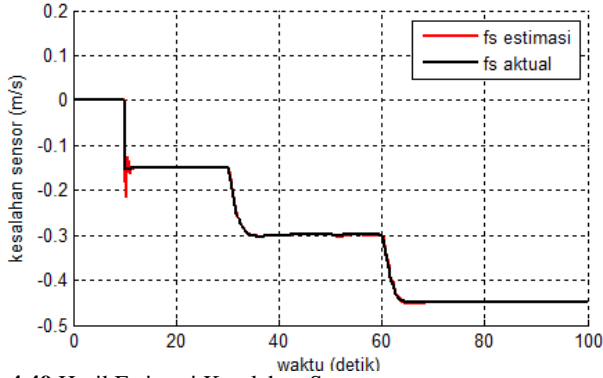
4.5 Pengujian Simulasi FTC Menggunakan DOFC untuk Kesalahan Sensor dan Aktuator

Pada sub-bab ini akan dilakukan simulasi hasil perancangan FTC berbasis DOFC dengan kesalahan yang terjadi pada sensor dan aktuator

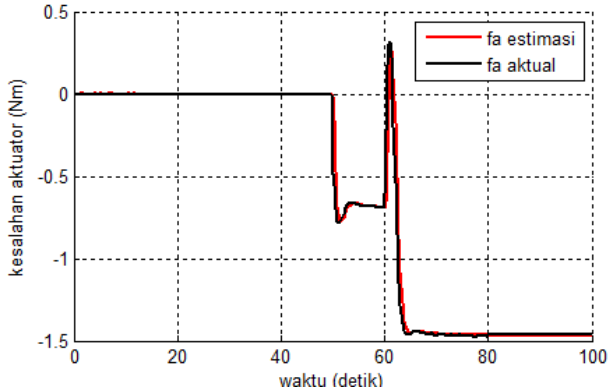
secara simultan. Skenario kesalahan yang diberikan berupa *loss of sensitivity* 30% pada sensor dan *loss of effectiveness* 30% pada aktuator. Dengan menggunakan (4.7) dan (4.12), kesalahan yang terjadi dimodelkan sebagai (4.16).

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_s(t) &= \begin{cases} 0, & t < 10 \text{ detik} \\ -0,3x_4(t), & t \geq 10 \text{ detik} \end{cases} \\ \mathbf{f}_a(t) &= \begin{cases} 0, & t < 50 \text{ detik} \\ -0,3u_1(t), & t \geq 50 \text{ detik} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Hasil estimasi kesalahan yang terjadi pada sensor dan aktuator didapatkan seperti pada Gambar 4.49 dan Gambar 4.50.



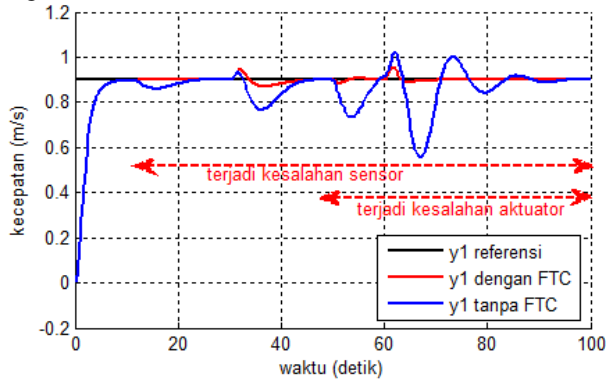
Gambar 4.49 Hasil Estimasi Kesalahan Sensor



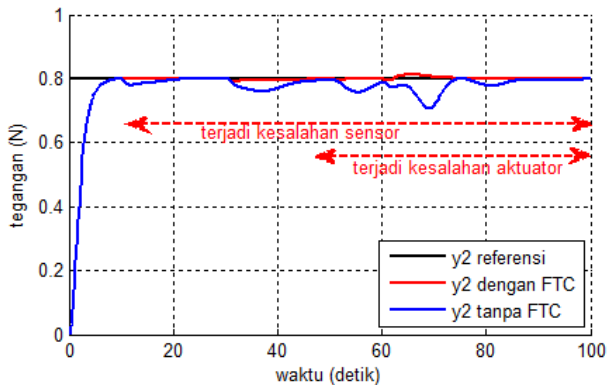
Gambar 4.50 Hasil Estimasi Kesalahan Aktuator

Respon y_1 ditunjukkan pada Gambar 4.51. Saat hanya terjadi kesalahan sensor pada detik ke-10 sampai 50, keluaran y_1 mengalami *undershoot* sekitar 13,3% dan dalam waktu sekitar 8 detik kembali mengikuti sinyal referensi. Ketika terjadi kesalahan sensor dan aktuator secara bersamaan pada detik ke-50 sampai dengan 100, *undershoot* menjadi sekitar 33,3%. Setelah diberikan FTC, nilai *undershoot* menjadi sekitar 2,22%.

Respon y_2 ditunjukkan pada Gambar 4.52, yang mana juga mengalami *undershoot* 6,23% saat terjadi kesalahan sensor dan 18,75% saat kesalahan sensor dan aktuator sekaligus. Setelah diberi FTC maka *undershoot* sangat kecil. Pada skenario kesalahan ini, baik pada y_1 dan y_2 tidak mengakibatkan *error* kondisi tunak.

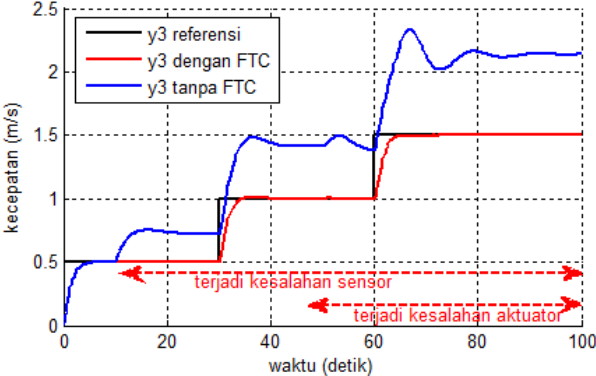


Gambar 4.51 Respon y_1 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Simultan



Gambar 4.52 Respon y_2 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Simultan

Kesalahan skenario ini sangat berpengaruh pada keluaran y_3 . Seperti pada Gambar 4.53, setelah terjadi kesalahan sensor maka akan terjadi *error* kondisi tunak sekitar 50%. Setelah terjadi kesalahan sensor dan aktuator secara bersamaan, maka *error* kondisi tunak menjadi sekitar 55%. Dengan pemberian FTC *error* kondisi tunak dapat dihilangkan dan waktu *settling* sama dengan respon pada kondisi nominal.



Gambar 4.53 Respon y_3 Dengan dan Tanpa FTC untuk Kesalahan Simultan

Jika ditinjau dari segi IAE, terjadi penyimpangan yang besar saat terjadi kesalahan simultan dari kondisi nominalnya jika tanpa menggunakan FTC. Sedangkan dengan penerapan FTC nilai IAE tidak berubah secara signifikan. Hal ini menunjukkan bahwa FTC hasil perancangan dapat menjaga performa sistem seperti pada kondisi nominalnya. Dari pengujian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa rancangan FTC dapat mengatasi kesalahan sensor dan aktuator yang terjadi secara bersamaan.

Tabel 4.13 Perbandingan IAE Kondisi Nominal Saat Terjadi Kesalahan Sensor & Aktuator

Kondisi	IAE		
	y_1	y_2	y_3
Nominal	2,388	1,991	2,330
Kesalahan sensor & aktuator tanpa FTC	4,987	2,879	41,32
Kesalahan sensor & aktuator dengan FTC	2,416	1,992	2,344

BAB 5

PENUTUP

Pada bab ini akan dipaparkan kesimpulan dari hasil pengujian dan analisis data serta saran untuk penelitian yang selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berikut ini adalah kesimpulan dari Tugas Akhir ini:

- Hasil perancangan DOFC sebagai kontroler nominal mampu menjamin stabilitas dan memaksa keluaran sistem lup tertutup *winding machine* mengikuti sinyal referensi dengan $ts(\pm 5\%)$ sebesar 4,73 detik pada y_1 ; 5,14 detik pada y_2 ; 3,48 detik pada y_3 serta tidak memiliki *error* kondisi tunak.
- Kesalahan pada sensor dan aktuator dengan beberapa skenario dapat diestimasi oleh PIO yang masing-masing memiliki $ts(\pm 5\%)$ sekitar 0,58 detik dan 0,75 detik.
- Dari hasil pengujian juga menunjukkan bahwa dengan penerapan FTC maka akan memberikan performa sistem (ditentukan berdasarkan nilai IAE) yang lebih baik dibandingkan tanpa FTC. Pada saat kondisi nominal rata-rata IAE adalah 2,234. Saat terjadi kesalahan sensor rata-rata IAE adalah 2,239 dengan FTC dan 15,92 tanpa FTC. Saat terjadi kesalahan aktuator rata-rata IAE adalah 2,373 dengan FTC dan 2,95 tanpa FTC. Sedangkan pada saat terjadi kesalahan sensor dan aktuator rata-rata IAE adalah 2,25 dengan FTC dan 16,395 tanpa FTC.

5.2 Saran

Guna pengembangan penelitian selanjutnya penulis memberikan saran dalam pemodelan kesalahan baik pada sensor maupun aktuator sebaiknya disesuaikan dengan tipe kesalahan yang mungkin terjadi pada komponen tersebut sehingga akan mempermudah dalam proses implementasinya.

--Halaman ini sengaja dikosongkan--

LAMPIRAN A

A.1 Program Pembentukan Sektor Nonlinearitas

```
function
[A,B,C]=sector_mod2(x4,R0,R1,R2,a,J,rho,e,bf,L,ew )
A=[x4/L 0 -a*e/L (a*e)/L 0;
   -x4/L x4/L 0 (-a*e)/L (a*e)/L;
   R0^2/J 0 -bf/J+(-ew/2/pi/R0^2+rho*a*R0^2/J)*x4 0
0;
   -R1^2/J R1^2/J 0 -bf/J 0;
   0 -R2^2/J 0 0 -bf/J+(ew/2/pi/R2^2-
rho*a*R2^2/J)*x4];
B=[0 0 0;0 0 0;-R0/J 0 0;0 R1/J 0;0 0 R2/J];
C=[1 0 0 0 0;0 1 0 0 0;0 0 0 1 0];
End
```

A.2 Program Perhitungan Gain DOFC

```
function [Ac,Bc,Cc,Dc,Sr,polec]=dofc(
A,B,C,rhoc,tetac,gamac )

%% Desain DOFC
n=size(A,1);
r=size(B,2);
m=size(C,1);
Df=C;
pc=size(B,2); %aktuator fault
qc=size(Df,2); %sensor fault
S=eye(m);
co=cos(tetac);
si=sin(tetac);
gamc=gamac^2;
po=rhoc;

% Augmentasi
Abar=[zeros(m) -S*C;zeros(n,m) A];
Bbar=[zeros(m,r);B];
Din=[-S*Df;zeros(n,qc)];
R=[eye(m);zeros(n,m)];
Cbar=[eye(m) zeros(m,n);zeros(m) C];
Dfbar=[zeros(m,qc);Df];
nbar=size(Abar,1);
rbar=size(Bbar,2);
mbar=size(Cbar,1);
```

```

Sr=[zeros(m);zeros(m)];
Cp1=1*eye(nbar);      %indeks performa kontroler

% LMI
setlmis([]);
%gamc=lmivar(1,[1 0]);
x=lmivar(1,[nbar 1]);
y=lmivar(1,[nbar 1]);
ahat=lmivar(1,[nbar 1]);
bhat=lmivar(2,[nbar mbar]);
chat=lmivar(2,[r nbar]);
dhat=lmivar(2,[r mbar]);

lmiterm([1 1 1 x],Abar,1,'s');
lmiterm([1 1 1 chat],Bbar,1,'s');
lmiterm([1 1 2 -ahat],1,1);
lmiterm([1 1 2 0],Abar);
lmiterm([1 1 2 dhat],-Bbar,Cbar);
lmiterm([1 1 3 0],Bbar);
lmiterm([1 1 4 0],Din);
lmiterm([1 1 4 dhat],-Bbar,Dfbar);
lmiterm([1 1 5 0],R);
lmiterm([1 1 5 dhat],Bbar,Sr);
lmiterm([1 1 6 x],1,Cp1');
lmiterm([1 2 2 y],1,Abar,'s');
lmiterm([1 2 2 bhat],1,Cbar,'s');
lmiterm([1 2 3 y],1,Bbar);
lmiterm([1 2 4 y],1,Din);
lmiterm([1 2 4 bhat],1,Dfbar);
lmiterm([1 2 5 y],1,R);
lmiterm([1 2 5 bhat],-1,Sr);
lmiterm([1 2 6 0],Cp1');
lmiterm([1 3 3 0],-gamc);
lmiterm([1 4 4 0],-gamc);
lmiterm([1 5 5 0],-gamc);
lmiterm([1 6 6 0],-gamc);

lmiterm([-2 1 1 x],1,1);
lmiterm([-3 1 1 y],1,1);

lmiterm([4 1 1 x],Abar,1,'s');
lmiterm([4 1 1 chat],Bbar,1,'s');
lmiterm([4 1 1 x],2*po,1);

```

```

lmiterm([4 1 2 0],Abar);
lmiterm([4 1 2 -ahat],1,1);
lmiterm([4 1 2 dhat],-Bbar,Cbar);
lmiterm([4 1 2 0],2*po);
lmiterm([4 2 2 y],1,Abar,'s');
lmiterm([4 2 2 bhat],1,Cbar,'s');
lmiterm([4 2 2 y],2*po,1);

lmiterm([5 1 1 x],Abar,si,'s');
lmiterm([5 1 1 chat],Bbar,si,'s');
lmiterm([5 1 2 0],Abar*si);
lmiterm([5 1 2 -ahat],si,1);
lmiterm([5 1 2 dhat],-Bbar,si*Cbar);
lmiterm([5 2 2 y],si,Abar,'s');
lmiterm([5 2 2 bhat],si,Cbar,'s');
lmiterm([5 1 3 x],Abar,co);
lmiterm([5 1 3 x],co,-Abar');
lmiterm([5 1 3 chat],Bbar,co);
lmiterm([5 1 3 -chat],co,-Bbar');
lmiterm([5 1 4 0],Abar*co);
lmiterm([5 1 4 -ahat],co,-1);
lmiterm([5 1 4 dhat],-Bbar,co*Cbar);
lmiterm([5 2 3 ahat],co,1);
lmiterm([5 2 3 0],-Abar'*co);
lmiterm([5 2 3 -dhat],co*Cbar',Bbar');
lmiterm([5 2 4 y],co,Abar);
lmiterm([5 2 4 y],-Abar',co);
lmiterm([5 2 4 bhat],co,Cbar);
lmiterm([5 2 4 -bhat],-Cbar',co);
lmiterm([5 3 3 x],Abar,si,'s');
lmiterm([5 3 3 chat],Bbar,si,'s');
lmiterm([5 3 4 0],Abar*si);
lmiterm([5 3 4 -ahat],si,1);
lmiterm([5 3 4 dhat],-Bbar,si*Cbar);
lmiterm([5 4 4 y],si,Abar,'s');
lmiterm([5 4 4 bhat],si,Cbar,'s');

lmi=getlmi;
[tmin,xfeas]=feasp(lmi);
X=dec2mat(lmi,xfeas,x);
Y=dec2mat(lmi,xfeas,y);
Ahat=dec2mat(lmi,xfeas,ahat);
Bhat=dec2mat(lmi,xfeas,bhat);
Chat=dec2mat(lmi,xfeas,chat);

```

```

Dhat=dec2mat(lmi,xfeas,dhat);
%Gamac=dec2mat(lmi,xfeas,gamc);
[M N]=qr(eye(nbar)-X*Y);
N=N';
Dc=Dhat;
Cc=(Chat+Dc*Cbar*X)*inv(M');
Bc=inv(N)*(-Bhat-Y*Bbar*Dc);
Ac=inv(N)*(Ahat-Y*(Abar-Bbar*Dhat*Cbar)*X-
Y*Bbar*Cc*M'+N*Bc*Cbar*X)*inv(M');
App=[Abar-Bbar*Dc*Cbar Bbar*Cc;-Bc*Cbar Ac];
polec=eig(App);

```

end

A.3 Program Perhitungan PIO Sensor

```

function [ Lps,Lis,Aa,Ba,Ca,Ea,Fa,poles ] = PIO_sen(
A,B,C,E,F,As,gams )
tetas=30;
teta=deg2rad(tetas);
co=cos(teta);
si=sin(teta);
n=size(A,2);
r=size(B,2);
m=size(C,1);
p=size(E,2);
q=size(F,2);
Aa=[A zeros(n,m);As*C -As];
Ba=[B;zeros(m,r)];
Ca=[zeros(m,n) eye(m)];
Ea=[E;zeros(m,p)];
Fa=[zeros(n,q);As*F];
na=size(Aa,2);
ra=size(Ba,2);
ma=size(Ca,1);
Cps=1;
Cpa=1;

Aaa=[Aa Fa;zeros(q,na) zeros(q)];
Caa=[Ca zeros(ma,q)];
Eaa=[Ea zeros(na,q);zeros(q,p) eye(q)];

setlmis([]);
ps=lmivar(1,[na+q 1]);
gs=lmivar(2,[na+q ma]);

```

```

lmiterm([1 1 1 ps],1,Aaa,'s');
lmiterm([1 1 1 gs],-1,Caa,'s');
lmiterm([1 1 2 ps],1,Eaa);
lmiterm([1 1 3 0],Cps);
lmiterm([1 2 2 0],-gams);
lmiterm([1 3 3 0],-gams);
lmiterm([-2 1 1 ps],1,1);

lmis=getlmis;
[tmin,xfeas]=feasp(lmis);
Ps=dec2mat(lmis,xfeas,ps);
Gs=dec2mat(lmis,xfeas,gs);
Ls=inv(Ps)*Gs;
Lps=Ls(1:na,:);
Lis=Ls(na+1:na+q,:);
poles=eig(Aaa-Ls*Caa);

```

end

A.4 Program Perhitungan PIO Aktuator

```
function [ Lpa,Lia,polea ] = PIO_act( A,B,C,E,F,gama )
```

```

n=size(A,2);
r=size(B,2);
m=size(C,1);
p=size(E,2);
q=size(F,2);
Am=[A E;zeros(p,n) zeros(p)];
Cm=[C zeros(m,p)];
Dm=[zeros(n,q) zeros(n,p);zeros(p,q) eye(p)];
Fm=[F zeros(m,p)];
Cpa=1;
setlmis([]);
pa=lmivar(1,[n+p 1]);
ga=lmivar(2,[n+p m]);

lmiterm([1 1 1 pa],1,Am,'s');
lmiterm([1 1 1 ga],-1,Cm,'s');
lmiterm([1 1 2 pa],1,Dm);
lmiterm([1 1 2 ga],-1,Fm);
lmiterm([1 1 3 0],Cpa);
lmiterm([1 2 2 0],-gama);
lmiterm([1 3 3 0],-gama);
lmiterm([-2 1 1 pa],1,1);

```

```

lmia=getlmis;
[tmin,xfeas]=feasp(lmia);
Pa=dec2mat(lmia,xfeas,pa);
Ga=dec2mat(lmia,xfeas,ga);
La=inv(Pa)*Ga;
Lpa=La(1:n,:);
Lia=La(n+1:n+p,:);
polea=eig(Am-La*Cm);

```

```
end
```

A.5 Program Perhitungan Parameter FTC keseluruhan

```

clc;
clear all;

R0=0.2524;
R1=0.1524;
R2=0.1524;
a=35.07*10^-4;
J=2.1542;
rho=1500;
e=9.5*10^2;
bf=2.25*10^-3;
L=3;
ew=70*10^-4;
%% model nonlinear
[Anl,Bnl,Cnl] =
sector_mod2(0,R0,R1,R2,a,J,rho,e,bf,L,ew);

%% TS-Fuzzy model
op1=0;
op2=1;
op3=2;
%op4=1.5;
%op5=2;

%sektor nonlinearitas
[A1,B,C]=sector_mod2(op1,R0,R1,R2,a,J,rho,e,bf,L,ew);
[A2,B,C]=sector_mod2(op2,R0,R1,R2,a,J,rho,e,bf,L,ew);
[A3,B,C]=sector_mod2(op3,R0,R1,R2,a,J,rho,e,bf,L,ew);

```



```

E=B(:,1);
F=C(:,4);
G=inv(B(3:5,:))*E(3:5,:);
As=eye(size(C,1));

%% desain DOFC
rhoc=0; %nilai pole maksimum
tetac1=pi/4; %damping ratio
tetac2=pi/4;
tetac3=pi/3.3;
gamac=4; %level atenuisasi
[Ac1,Bc1,Cc1,Dc1,Sr,polec1]=dofc(
A1,B,C,rhoc,tetac1,gamac );
[Ac2,Bc2,Cc2,Dc2,Sr,polec2]=dofc(
A2,B,C,rhoc,tetac2,gamac );
[Ac3,Bc3,Cc3,Dc3,Sr,polec3]=dofc(
A3,B,C,rhoc,tetac3,gamac );

%% desain PIO aktuator
gama=0.5;
[ Lpa1,Lia1,polea1 ] = PIO_act( A1,B,C,E,F,gama );
[ Lpa2,Lia2,polea2 ] = PIO_act( A2,B,C,E,F,gama );
[ Lpa3,Lia3,polea3 ] = PIO_act( A3,B,C,E,F,gama );

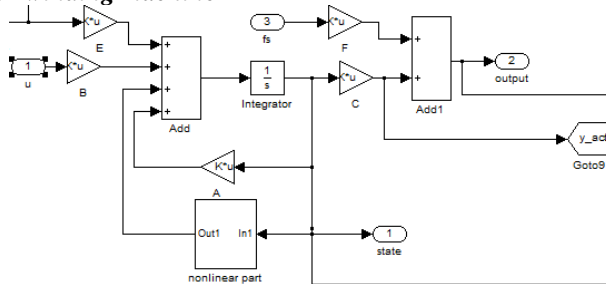
%% desain PIO sensor
gams=0.5;
[ Lps1,Lis1,Aa1,Ba,Ca,Ea,Fa,poles1 ] = PIO_sen(
A1,B,C,E,F,As,gams );
[ Lps2,Lis2,Aa2,Ba,Ca,Ea,Fa,poles2 ] = PIO_sen(
A2,B,C,E,F,As,gams );
[ Lps3,Lis3,Aa3,Ba,Ca,Ea,Fa,poles3 ] = PIO_sen(
A3,B,C,E,F,As,gams );

```

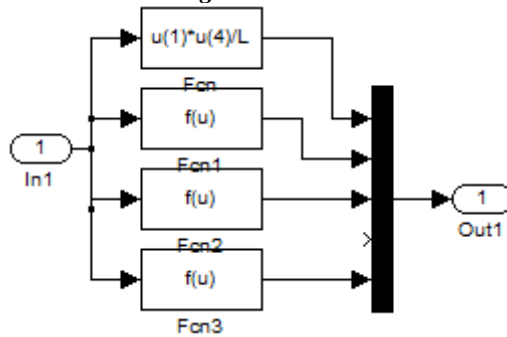
--Halaman ini sengaja dikosongkan--

LAMPIRAN B

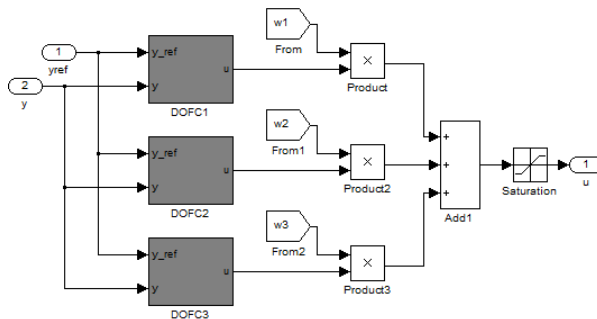
B.1 Blok *winding machine*



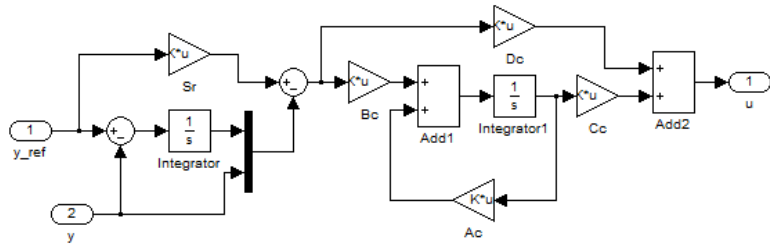
B.2 Bagian Nonlinear *winding machine*



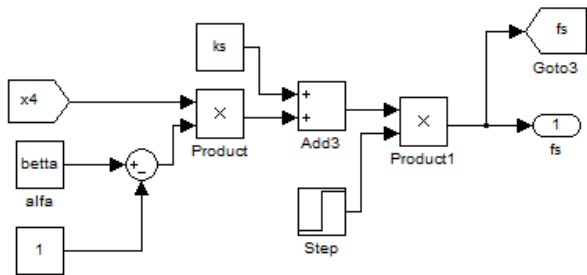
B.3 Blok *fuzzy* T-S DOFC



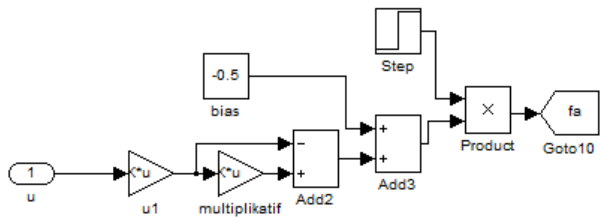
B.4 Blok DOFC



B.5 Blok Kesalahan Sensor



B.6 Blok Kesalahan Aktuator



B.7 Blok fuzzy T-S PIO Sensor

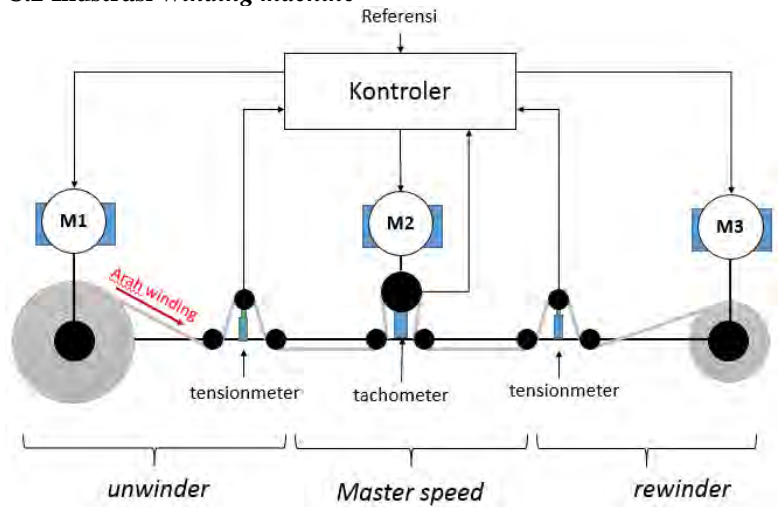
--Halaman ini sengaja dikosongkan--

LAMPIRAN C

C.1 Parameter *winding machine* [9]

Simbol	Parameter	Nilai	Satuan
R_0	Jari-jari roller 0	0,3	m
R_1	Jari-jari roller 1	0,1524	m
R_2	Jari-jari roller 2	0,1524	m
A	Luas penampang material	$35,07 \cdot 10^{-4}$	m^2
L	Jarak dua roler	1,5	m
J	Moment inertia	2,1542	$kg \cdot m^2$
ρ	Massa jenis material	1500	kg/m^3
e_w	Tebal material	$70 \cdot 10^{-4}$	m
E	Modulus Young	$9,5 \cdot 10^2$	N/m^2
β	Bearing friction	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$N \cdot m \cdot s$

C.2 Ilustrasi *Winding machine*



--Halaman ini sengaja dikosongkan--

LAMPIRAN D

D.1 Gain DOFC

Aturan ke-1

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -3,67 & -0,001 & -0,004 & 0,011 & -0,007 & 0,001 & -0,008 & -0,001 \\ -0,001 & -3,680 & 0,004 & 0,001 & 0,013 & 0,003 & 0,004 & 0,006 \\ -0,004 & 0,004 & -3,665 & 0,000 & -0,002 & 0,005 & 0,001 & -0,003 \\ 0,846 & 0,177 & 0,210 & -4,563 & 0,323 & -0,472 & 0,957 & -0,104 \\ -0,448 & 0,918 & -0,330 & 0,316 & -4,927 & -0,207 & -0,833 & -1,065 \\ 7,0983 & -3,214 & -10,492 & 10,018 & -6,944 & -9,583 & -0,322 & -0,129 \\ -7,939 & 4,658 & 2,787 & -5,879 & 1,816 & -0,067 & -11,726 & -1,513 \\ -6,855 & 9,139 & 8,885 & -0,337 & 12,573 & -0,167 & -1,509 & -10,314 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0,274 & -0,000 & 0,000 & -0,075 & 0,000 & 0,000 \\ 0,036 & 0,277 & 0,000 & -0,009 & -0,076 & 0,000 \\ 0,108 & -0,108 & 0,265 & -0,029 & 0,029 & -0,072 \\ -0,130 & -0,045 & 0,060 & 0,070 & 0,014 & -0,013 \\ 0,024 & -0,122 & -0,106 & -0,025 & 0,071 & 0,022 \\ 0,763 & 0,287 & -1,108 & -1,038 & -0,112 & 0,456 \\ -0,939 & 0,078 & -0,370 & 0,991 & -0,060 & 0,155 \\ 0,073 & 1,171 & 0,667 & 0,067 & -1,397 & -0,220 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_c = 10^3 \times \begin{bmatrix} -0,134 & -0,103 & -0,395 & -1,335 & 0,163 & -0,418 & 0,061 & 0,018 \\ -0,360 & 0,315 & 2,088 & -0,728 & 1,284 & 0,521 & 0,991 & 0,242 \\ -0,142 & -0,226 & 0,662 & -0,895 & -2,030 & 0,212 & 0,290 & -0,599 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_c = \begin{bmatrix} -3,224 & -1,226 & -2,008 & 8,355 & 1,175 & 6,970 \\ -9,402 & 9,489 & -0,762 & 11,504 & -11,688 & -8,596 \\ -2,017 & -5,363 & 2,809 & 1,694 & 13,346 & -11,542 \end{bmatrix}$$

Aturan ke-2

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -3,528 & -0,002 & -0,006 & 0,012 & -0,010 & -0,004 & -0,002 & -0,007 \\ -0,003 & -3,527 & 0,004 & 0,004 & 0,013 & 0,001 & 0,001 & 0,003 \\ -0,009 & 0,005 & -3,514 & 0,003 & -0,002 & 0,006 & -0,002 & -0,006 \\ 0,509 & 0,341 & 0,232 & -4,472 & 0,353 & 0,412 & 0,736 & 0,431 \\ -0,222 & 0,376 & -0,450 & 0,282 & -5,216 & -0,609 & 0,461 & -1,092 \\ -3,075 & 0,866 & -3,471 & -1,025 & -3,138 & -10,210 & 0,250 & -1,748 \\ -17,997 & -1,027 & 14,337 & -20,403 & 4,461 & 1,909 & -10,563 & -0,530 \\ -41,874 & 32,132 & 31,478 & -19,029 & 37,829 & -1,156 & -0,183 & -14,424 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0,293 & 0,000 & 0,000 & -0,084 & 0,000 & 0,000 \\ 0,017 & 0,300 & 0,000 & -0,004 & -0,085 & 0,000 \\ 0,154 & -0,136 & 0,271 & -0,044 & 0,039 & -0,077 \\ -0,136 & -0,078 & 0,052 & 0,080 & 0,034 & -0,015 \\ 0,068 & -0,145 & -0,092 & -0,061 & 0,097 & 0,018 \\ -0,472 & 0,159 & -1,012 & 0,385 & 0,020 & 0,417 \\ -0,869 & -0,878 & 0,105 & 1,666 & 1,399 & -0,462 \\ -0,686 & 0,682 & 0,896 & 2,665 & -1,884 & -0,654 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_c = 10^3 \times \begin{bmatrix} -0,255 & -0,100 & -0,440 & -1,253 & 0,360 & -0,224 & 0,254 & 0,240 \\ -0,532 & 0,528 & 1,882 & -0,514 & 1,464 & 0,937 & -0,170 & 0,372 \\ -0,102 & -0,404 & 0,717 & -1,159 & -1,677 & 0,429 & 0,347 & -0,333 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_c = \begin{bmatrix} -3,164 & -1,693 & -1,437 & 12,060 & 1,680 & 8,081 \\ -8,298 & 6,344 & -3,449 & 12,552 & -10,870 & -9,448 \\ 1,264 & -5,137 & 4,359 & -3,826 & 18,165 & -14,262 \end{bmatrix}$$

Aturan ke-3

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -3,329 & 0,000 & -0,002 & 0,004 & -0,002 & 0,001 & 0,000 & 0,002 \\ -0,001 & -3,328 & 0,001 & 0,002 & 0,004 & -0,001 & 0,000 & 0,000 \\ -0,010 & 0,007 & -3,310 & -0,001 & -0,008 & 0,011 & 0,001 & 0,001 \\ 0,5673 & 0,409 & 0,176 & -3,899 & 0,390 & 0,349 & -0,673 & -0,396 \\ -0,315 & 0,331 & -0,276 & 0,180 & -4,801 & -0,504 & -0,467 & 0,986 \\ -3,493 & 0,868 & -2,888 & -2,283 & -3,521 & -9,656 & -0,312 & 1,629 \\ 22,482 & 6,484 & -16,456 & 35,347 & -2,999 & -2,137 & -11,633 & -0,478 \\ 71,158 & -57,387 & -50,376 & 37,920 & -79,011 & 2,991 & 0,455 & -18,697 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0,313 & 0,000 & 0,000 & -0,094 & 0,000 & 0,000 \\ -0,012 & 0,321 & 0,000 & 0,003 & -0,097 & 0,000 \\ 0,174 & -0,145 & 0,253 & -0,052 & 0,043 & -0,076 \\ -0,102 & -0,081 & 0,058 & 0,066 & 0,038 & -0,020 \\ 0,091 & -0,143 & -0,083 & -0,080 & 0,106 & 0,018 \\ -0,565 & 0,238 & -1,051 & 0,495 & -0,023 & 0,501 \\ 0,889 & 0,816 & -0,034 & -2,080 & -2,267 & 0,578 \\ 0,631 & -0,573 & -0,970 & -5,357 & 3,140 & 0,728 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_c = 10^3 \times \begin{bmatrix} -0,119 & -0,072 & -0,504 & -1,112 & 0,312 & -0,271 & -0,224 & -0,258 \\ -0,345 & 0,417 & 1,658 & -0,415 & 1,572 & 0,869 & 0,199 & -0,408 \\ -0,049 & -0,185 & 0,766 & -1,152 & -1,259 & 0,431 & -0,386 & 0,263 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_c = \begin{bmatrix} -6,618 & -1,776 & -7,017 & 11,457 & 2,230 & 11,944 \\ -9,437 & 6,525 & 4,990 & 10,416 & -7,030 & -15,163 \\ 8,465 & -11,012 & 13,313 & -10,250 & 17,676 & -19,247 \end{bmatrix}$$

D.2 Eigen Value Sistem Lup Tertutup dengan DOFC

Rule	Eigen value
1	{-11,992; -9,305; -7,546; -3,659; -3,667; -3,667; -2,73; -2,472; -2,091; -1,692; -0,944+j0,005; -0,944-j0,005; -0,779; -0,155; -0,155; -0,317; -0,261}
2	{-12,575; -9,06; -7,39; -4,374; -2,568; -2,759; -3,519; -3,518; -3,51; -1,787; -0,952; -0,806; 0,711; -0,304+j0,025; -0,304-j0,025; -0,132}
3	{-14,355; -8,709; -6,733; -4,935; -1,948; -0,999; -0,756; -0,794; -0,348+j0,002; -0,348-j0,002; -0,113; -3,16; -3,245; -3,31+j0,008; -3,31-j0,008; -3,308}

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Voss, G. dan Hefti, K., "Importance and method of tension control [coil winding process]," *Proceedings of the Electrical Insulation Conference 1997 and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference*, pp. 517-523, Sept. 1997.
- [2] Blanke, M., Kinneart, M., Lunze, J. dan Staroswiecki, M., "*Diagnosis and Fault-Tolerant Control*, 2nd ed.", Berlin/Heidelberg, German: Springer-Verlag, 2006.
- [3] Zhang, Y. dan Jiang, J., "Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems," *Annual Reviews in Control*, vol. 32, pp. 229-252, 2008.
- [4] Noura, H., Sauter, D., Hamelin, F., dan Theilliol, D., "Fault-tolerant control in dynamic systems: application to a *winding machine*," *IEEE Control Systems*, vol. 20, pp. 33-49, 2000.
- [5] Witczak, M., "*Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Strategies for Non-Linear Systems*", New York: Springer, 2013.
- [6] Sami, M. dan Patton, R. J., "Active Fault Tolerant Control for Nonlinear Systems with Simultaneous Actuator and Sensor Faults," *International Journal Control, Automation, and Systems*, vol. 11(6), pp. 1149-1161, 2013.
- [7] Isermann, R., "*Fault Diagnosis Systems (An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerant)*", New York: Kluwer Academic Publisher, 2006.
- [8] Noura, H., Theilliol, D., Ponsart, J., dan Chamseddine, A., "*Fault-tolerant Control System Design and Practical Applications*", Springer-Verlag, 2009.
- [9] Zhou, W., "*Robust and Decentralized Control of Web Winding Systems*", Cleveland State University, 2007.
- [10] Benzaouia, A. dan El Hajjaji, A., "*Advanced Takagi-Sugeno Fuzzy Systems*", Switzerland: Springer, 2014.
- [11] Ogata, K., "*Modern Control Engineering*", New Jersey: Prentice-Hall, 1997.

- [12] Zhou, K., “*Essentials of Robust Control*”, New Jersey: Prentice-Hall, 1999.
- [13] Zhang, K., Jiang, B., dan Cocquempot, V., “Dynamic output feedback-fault tolerant controller design for Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator fault”, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 18, pp. 194-201, 2010.
- [14] Busawon, K. K. dan Kabore, P., “On the design of integral and proportional integral observer”, *Proceedings of the American Control Conference*, 2000.
- [15] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., dan Balakrishnan, V., “*Linear Matrix Inequality in System and Control Theory*”, Philadelphia: SIAM, 1994.
- [16] VanAntwerp, J. G. dan Braatz, R. D., "A Tutorial on Linear and Bilinear Matrix Inequality," *Journal of Process Control*, vol. 10, pp. 363-385, 2000.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Fandri Yunus Dedy Bactiar lahir di Madiun 18 Mei 1992. Penulis telah menyelesaikan pendidikannya di SDN Pulerejo 1 Kabupaten Madiun, SMPN 1 Pilangkenceng Kabupaten Madiun, dan SMAN 1 Mejayan Kabupaten Madiun. Pada tahun 2011 penulis melanjutkan studi di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS), Jurusan Teknik Elektro ITS. Penulis memilih Teknik Sistem Pengaturan sebagai bidang studi yang ditekuni. Selama masa studi di ITS, penulis aktif di Himpunan Mahasiswa Teknik Elektro ITS. Selain itu penulis juga terlibat dalam praktikum ‘Sistem Pengaturan Analog’ dan ‘Sistem Pengaturan Digital dan Otomasi Sistem’ sebagai asisten. Pada bulan Juni 2015, penulis mengikuti seminar dan ujian Tugas Akhir sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Teknik Elektro.